

A 61-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 3 – 6 martie 2017

Clasa a XI-a, ziua a doua

11.5. Să se arate că $8 \cdot \cos^2 x \cdot (1 - \operatorname{ctg} x) < 1, \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right]$.

11.6. Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=0}^n C_{2n}^{2k} 61^k \right) / \left(\sum_{k=0}^{n-1} C_{2n}^{2k+1} 61^k \right)$.

11.7. Aflați toate valorile parametrului real a , pentru care sistemul

$$\begin{cases} x^2 + 5x + y^2 - y - |x - 5y + 5| = 51 \\ ax - y - 5a + 2 = 0 \end{cases}$$

are exact 2 soluții reale distincte.

11.8. Un elev trebuia să înmulțească un număr de 3 cifre cu un număr de 4 cifre (numerele nu se încep cu 0). În loc să procedeze astfel, el doar a alipit numărul de 4 cifre la dreapta numărului de 3 cifre, obținând în rezultat un număr de 7 cifre, care este de N ori ($N \in \mathbb{N}$) mai mare decât rezultatul corect.

a) Poate N să fie egal cu 2 sau 10?

b) Să se găsească cea mai mare valoare posibilă a lui N .

Timp alocat - 4 ore astronomice

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

61-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 03 – 06 марта 2017

XI класс, второй день

11.5. Доказать что, $8 \cdot \cos^2 x \cdot (1 - \operatorname{ctg} x) < 1, \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right]$.

11.6. Вычислите: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=0}^n C_{2n}^{2k} 61^k \right) / \left(\sum_{k=0}^{n-1} C_{2n}^{2k+1} 61^k \right)$.

11.7. Найти все действительные значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} x^2 + 5x + y^2 - y - |x - 5y + 5| = 51 \\ ax - y - 5a + 2 = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

11.8. Ученик должен был умножить 3-значное число на 4-значное (числа не начинаются с 0). Вместо этого он просто приписал 4-значное число справа к 3-значному, получив 7-значное число, которое ровно в N раз ($N \in \mathbb{N}$) больше правильного результата.

a) Может ли N равняться 2 или 10?

б) Найти наибольшее возможное значение числа N .

Время выполнения – 4 астрономических часа

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!