

BAREM DE CORECTARE

CLASA XII – PRIMA ZI

PROBLEMA 12.1

$\int_1^e \frac{\ln^{2018} x}{x} dx = \frac{1}{2019}$ 2 puncte

$\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{\ln^{2018} x}{x+1} dx = \int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{\ln^{2018} x}{x+1} dx + \int_1^e \frac{\ln^{2018} x}{x+1} dx$ 1 punct

$\int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{\ln^{2018} x}{x+1} dx = \left| \begin{array}{l} x = \frac{1}{t} \\ dx = -\frac{1}{t^2} dt \\ x = \frac{1}{e} \Rightarrow t = e \\ x = 1 \Rightarrow t = 1 \end{array} \right| = \int_1^e \frac{\ln^{2018} t}{t(t+1)} dt = \int_1^e \frac{\ln^{2018} x}{x(x+1)} dx$ 3 puncte

$\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{\ln^{2018} x}{x+1} dx = \int_1^e \frac{\ln^{2018} x}{x(x+1)} dx + \int_1^e \frac{\ln^{2018} x}{x+1} dx = \int_1^e \frac{\ln^{2018} x}{x} dx = \frac{1}{2019}$ 1 punct

PROBLEMA 12.2.

Identificarea unghiului φ cerut printr-o construcție suplimentară..... 1 punct

Aplicarea teorema cosinusului în triunghiul care conține unghiul φ .. .1 punct

Aplicarea identității paralelogramului..... 2 puncte

Determinarea lungimii lui DO in triunghiurile ADC, BDE..... 2 puncte

$\varphi = \arccos \left| \frac{b^2 + b_1^2 - c^2 - c_1^2}{2a_1a} \right|$ 1 punct

PROBLEMA 12.3

$\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix} = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ 1 punct

$\Delta = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$ 3 puncte

Efectuarea calculelor, reprezentând sub formă $\Delta = (999 \cdot 7)^2$ 3 puncte

PROBLEMA 12.4

Demonstrarea că $f(x + 1) = xf(x) - \frac{x}{e}$ 2 puncte

$f(1) = 1$ 1 punct

Demonstrarea prin metoda inducției matematice $f(n + 1) = a_n = n! - \frac{1}{e} \sum_{k=0}^{n-1} A_n^{n-k}$..2 puncte

$a_n = f(n + 1) \geq 0$, 1 punct

$(a_n)_{n \geq 1}$ este monoton descrescător 1 punct

BAREM DE CORECTARE
CLASA XII – ZIUA A DOUA
PROBLEMA 12.5

Calcularea lui J	1 punct
Calcularea lui I: $x = t^3, dx = 3t^2 dt, t \in [0; 1]$	1 punct
Aplicarea metodei integrării prin părți	2 puncte
Calcul	1 punct
Demonstrarea inegalității $\arctg x \geq x - \frac{x^3}{3}, \forall x \in \mathbb{R}$ și aplicarea ei	2 puncte

PROBLEMA 12.6.

Construirea și identificarea unghiului dintre dreapta AB și planul secant	1 punct
Determinarea măsurii unghiului dintre planul secant și planul bazei piramidei	1 punct
Diagonalele patrulaterului din secțiune sunt perpendiculare	1 punct
Determinarea $\sin(\angle OCV), \cos(\angle OCV)$	1 punct
Determinarea $\sin(\angle ANC)$	1 punct
Determinarea lungimii lui MP	1 punct
Determinarea lungimii lui AN și aria secțiunii	1 punct

PROBLEMA 12.7.

$(xf(x))' = g(x), (xg(x))' = f(x)$	1 punct
$f(x) + g(x) = C$	2 puncte
$x(g(x))' = C - 2g(x).$	1 punct
$f(x) = g(x) = C, C \in \mathbb{R}$	1 punct
$g(x) = C - \frac{1}{Kx^2}$ și $f(x) = C + \frac{1}{Kx^2}, K \neq 0, C \in \mathbb{R},$	2 puncte

PROBLEMA 12.8.

$6A^4 - A^3 - A + 6I_2 = (3A^2 + 4A + 3I_2)(2A^2 - 3A + 2I_2)$.2 puncte
$3A^2 + 4A + 3I_2 = 3(A - \lambda I_2)(A - \beta I_2)$	2 puncte
$\det(A - \lambda I_2) = \det(A - \beta I_2) = 0$	1 punct
Deducerea că $\det A = 1.$	2 puncte