

AGENȚIA NAȚIONALĂ PENTRU CURRICULUM ȘI EVALUARE

A 62-a Olimpiadă de Matematică a Republicii Moldova

Chișinău, 3 martie 2018, clasa a VIII – a, prima zi

- 8.1 Aflați ultimele trei cifre ale numărului  $\left[ \frac{10^{33}}{10^{11} + 7} \right]$ , unde  $[x]$  reprezintă cel mai mare număr întreg care nu-l depășește pe numărul  $x$ .
- 8.2 Demonstrați că pentru orice număr real  $x$  este justă inegalitatea  $\sqrt{x^2 - 2x + 17} + \sqrt{x^2 - 14x + 65} \geq 10$ .
- 8.3. Perimetrul triunghiului  $ABC$  este egal cu 8 cm. Punctele  $D$  și  $E$  aparțin laturilor  $AB$  și, respectiv  $CA$ , astfel încât  $DE \parallel BC$  și  $DE$  este tangentă la cercul înscris în triunghiul  $ABC$ . Aflați valoarea numerică maximă a lungimii segmentului  $DE$ .
- 8.4 Fiecare vârf al unui poligon regulat cu 7 laturi este vopsit în una din 2 culori diferite. Demonstrați că există cel puțin 3 triunghiuri isoscele fiecare dintre care are vârfurile vopsite în aceeași culoare.
- Timp de lucru: 4 ore

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte.

**MULT SUCCES !**

62-я Математическая Олимпиада Республики Молдова

Кишинев, 3 марта 2018 года, VIII – ой класс, первый день

- 8.1 Найдите последние 3 цифры числа  $\left[ \frac{10^{33}}{10^{11} + 7} \right]$ , где  $[x]$  представляет наибольшее целое число, не превосходящее число  $x$ .
- 8.2 Докажите, что для любого действительного числа  $x$  справедливо неравенство
- $$\sqrt{x^2 - 2x + 17} + \sqrt{x^2 - 14x + 65} \geq 10.$$
- 8.3. Периметр треугольника  $ABC$  равен 8 см. Точки  $D$  и  $E$  принадлежат сторонам  $AB$  и  $CA$  соответственно так, что  $DE \parallel BC$  и  $DE$  касательна к вписанной окружности треугольника  $ABC$ . Найдите максимальное числовое значение длины отрезка  $DE$ .
- 8.4 Каждая вершина правильного семиугольника раскрашена в один из 2 различных цветов. Докажите, что существуют по крайней мере 3 равнобедренных треугольника, вершины которых раскрашены в одинаковый цвет.

Время работы: 4 часа

Правильное решение каждой задачи оценивается 7 баллами.

**БОЛЬШИХ УСПЕХОВ !**