

AGENȚIA NAȚIONALĂ PENTRU CURRICULUM ȘI EVALUARE
A 62-a OLIMPIADĂ REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 2 - 5 martie, 2018

Clasa 1X – a, prima zi

BAREM DE CORECTARE

Notă: Se acceptă oricare rezolvare corectă, acordându-se punctajul maxim.

Problema	Scor max.	Răspuns corect	Etapetele rezolvării	Punctaj acordat	Observații
9.1.	7p.	Nu există	Cum $a \in A, \Rightarrow a : 3$; fie $a = 3m$; dacă $b \in B$, rezultă $b = 4n^2$ unde $n \in N$; se obține $(2n)^2 = 3(m - 672) - 1$; se obține congruența $(2n)^2 \equiv 0, 1 \pmod{3}$; $3(m - 672) - 1$ nu-i congruent cu 0,1 modulo 3 – contradicție!	1p. 1p. 2p. 1p.	
9.2.	7p.	Nu	Se obține $T_m + T_n = 2018$ sau $m^2 + m + n^2 + n = 2036$; se obține $(2m+1)^2 + (2n+1)^2 = 16\,146$; se ajunge la congruența $(2m+1)^2 + (2n+1)^2 \equiv 0, 1, 4, 7 \pmod{9}$; $3a = 2m+1$ și $3b = 2n+1$ se divid cu 3; rezultă $a^2 + b^2 = 1794$; $a^2 + b^2 \equiv 0 \pmod{9}$ - contradicție, deoarece $1794 \equiv 3 \pmod{9}$.	1p. 1p. 2p. 1p. 2p.	
9.3.	7p.		Se folosesc notațiile din Soluții . notează $AB = c, BC = a, AC = b$ și obține $\frac{c}{b} = \frac{BE}{TC}$; obține $EL \parallel AC \Rightarrow \frac{AL}{LB} = \frac{CE}{EB}$; obține $\frac{AL}{LB} = \frac{b}{c}$; $EF \parallel AB \Rightarrow \frac{CF}{FA} = \frac{CE}{EB}$ și obține $\frac{CF}{FA} = \frac{b}{c}$; obține $\frac{BD}{DC} = \frac{c^2}{b^2}$; obține $\frac{AL}{LB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CF}{FA} = 1$; aplică teorema lui Ceva și demonstrează concurența dreptelor AD, BF și CL .	1p. 1p. 1p. 1p. 1p. 1p.	
9.4.	7p.		Pentru obținerea consecutivă a inegalităților: $ax+1 > 0$ și $ay+1 > 0$; $ax-1 < 0$ și $ay-1 < 0$; $a^2 \cdot xy + 1 > 0$; $-1 < \frac{x+y}{1+a^2 \cdot xy} < 1$; concluzia despre inegalitatea cerută în problemă.	1p. 1p. 2p. 2p. 1p.	

AGENȚIA NAȚIONALĂ PENTRU CURRICULUM ȘI EVALUARE
A 62-a OLIMPIADĂ REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 2 - 5 martie, 2018

Clasa 1X – a, ziua a doua

BAREM DE CORECTARE

Notă: Se acceptă oricare rezolvare corectă, acordându-se punctajul maxim.

Problema	Scor max.	Răspuns corect	Etapele rezolvării	Punctaj acordat	Observații
9.5.	7p.		Se examinează sumele $a_1, a_1 + a_2, \dots, a_1 + a_2 + \dots + a_{2018}$; se examinează cazul, în care una din sume se divide cu 2018; în caz contrar se examinează resturile împărțirii la 2018; există cel puțin două resturi egale; diferența sumelor respective dă submulțimea cerută.	2p. 1p. 2p. 1p. 1p.	
9.6.	7p.		Se obține $n = \frac{(x+y)(x+y+1)}{2} + y$; fracția este un număr triunghiular cu $x + y = z$; se evaluează $n: T_z \leq n < T_{z+1}$; <i>algoritmul de aflare:</i> pentru z ; pentru y ; pentru x .	1p. 1p. 2p. 1p. 1p. 1p.	
9.7.	7p.		Se folosesc notațiile din Soluții . se obține $m(\angle CAD) = 90^\circ - m(\angle ACB)$ și $m(\angle BAO) = 90^\circ - m(\angle ALB)$, $m(\angle ALB) = m(\angle ACB)$; se obține $\angle DAE \equiv \angle EAL$; pentru $\triangle CAD \sim \triangle LAB \Rightarrow \frac{AC}{AL} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow AC \cdot AB = AD \cdot AL$; obține că $\triangle CFA \sim \triangle EBA$ implică $AC \cdot AB = AE \cdot AF$; obține $\frac{AD}{AE} = \frac{AF}{AL}$; obține $\triangle DAF \sim \triangle EAL \Rightarrow \angle DFA \equiv \angle ELA$; unghiurile înscrise se sprijină pe același arc, deci FD și EL se intersectează pe cercul de centru O .	1p. 1p. 1p. 1p. 1p. 1p.	
9.8.	7p.		Inegalitatea este adevărată pentru $a = b = c = 0$; se arată că pentru $x \in [0, 1]$, $x^3 \geq 3x^2 - 2x$; se evaluează partea stângă a inegalității: mărind numărătorul; micșorând numitorul; se ajunge la concluzia cerută în enunțul problemei.	1p. 2p. 1p. 2p. 1p.	