

Problema “Determinarea constantei de elasticitate a sistemului de resorturi” (20,0 p)

	Răspuns								Punc- taj																																																													
a)	Metoda statica. Pentru reprezentarea schematică a montajului (0,5 p.)								7,5 p.																																																													
	$mg = F_{el} = k\Delta x $ (0,5 p.)																																																																					
	Pentru exprimarea prin mărimi direct măsurabile (0,5 p.) $k = \frac{mg}{\Delta x} = \frac{mg}{x_0 - x}$, $Y = kX \Rightarrow Y = mg$, $X = \Delta x$																																																																					
	Pentru colectarea datelor în tabelă (1,0 p.)																																																																					
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Nr.</th> <th>m, kg</th> <th>x_0, m</th> <th>x_1, m</th> <th>$\Delta x, m$</th> <th>$mg, (kg \cdot m)/s^2$</th> <th>k, N/m</th> <th>$\Delta k, N/m$</th> <th>$\varepsilon, \%$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1.</td> <td>0.2541</td> <td>0.417</td> <td>0.354</td> <td>0.063</td> <td>2.493</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2.</td> <td>0.3185</td> <td>0.417</td> <td>0.340</td> <td>0.077</td> <td>3.125</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3.</td> <td>0.3833</td> <td>0.417</td> <td>0.325</td> <td>0.092</td> <td>3.760</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4.</td> <td>0.4477</td> <td>0.417</td> <td>0.309</td> <td>0.108</td> <td>4.392</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5.</td> <td>0.5127</td> <td>0.417</td> <td>0.295</td> <td>0.122</td> <td>5.029</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>med.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>43.0</td> <td>0.6</td> <td>1.3</td> </tr> </tbody> </table>									Nr.	m, kg	x_0, m	x_1, m	$\Delta x, m$	$mg, (kg \cdot m)/s^2$	k, N/m	$\Delta k, N/m$	$\varepsilon, \%$	1.	0.2541	0.417	0.354	0.063	2.493				2.	0.3185	0.417	0.340	0.077	3.125				3.	0.3833	0.417	0.325	0.092	3.760				4.	0.4477	0.417	0.309	0.108	4.392				5.	0.5127	0.417	0.295	0.122	5.029				med.						43.0
Nr.	m, kg	x_0, m	x_1, m	$\Delta x, m$	$mg, (kg \cdot m)/s^2$	k, N/m	$\Delta k, N/m$	$\varepsilon, \%$																																																														
1.	0.2541	0.417	0.354	0.063	2.493																																																																	
2.	0.3185	0.417	0.340	0.077	3.125																																																																	
3.	0.3833	0.417	0.325	0.092	3.760																																																																	
4.	0.4477	0.417	0.309	0.108	4.392																																																																	
5.	0.5127	0.417	0.295	0.122	5.029																																																																	
med.						43.0	0.6	1.3																																																														
Pentru construirea dependenței $Y = k X$ (0.5 p.)																																																																						

Pentru calculul constantei elastice din grafic (0,5 p.)

$$k=(5.029-2.493)/(0.122-0.063) = 43.0 \text{ N/m}$$

Pentru formula erorii relative (0,5 p.)

$$\varepsilon = \frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta(\Delta x)}{\Delta x} = \frac{0.0001}{0.2541} + \frac{0.005}{9.81} + \frac{0.0005}{0.063} = 0.01231 \approx 1.3\%$$

Pentru formula erorii absolute (0,5 p.)

$$\Delta k = k \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta(\Delta x)}{\Delta x} \right) = 0.013 * 43 = 0.6 \text{ N/m}$$

Rezultatul final (0.5 p.)

$$k = \bar{k} \pm \Delta k = (43.0 \pm 0.6) \text{ N/m}$$

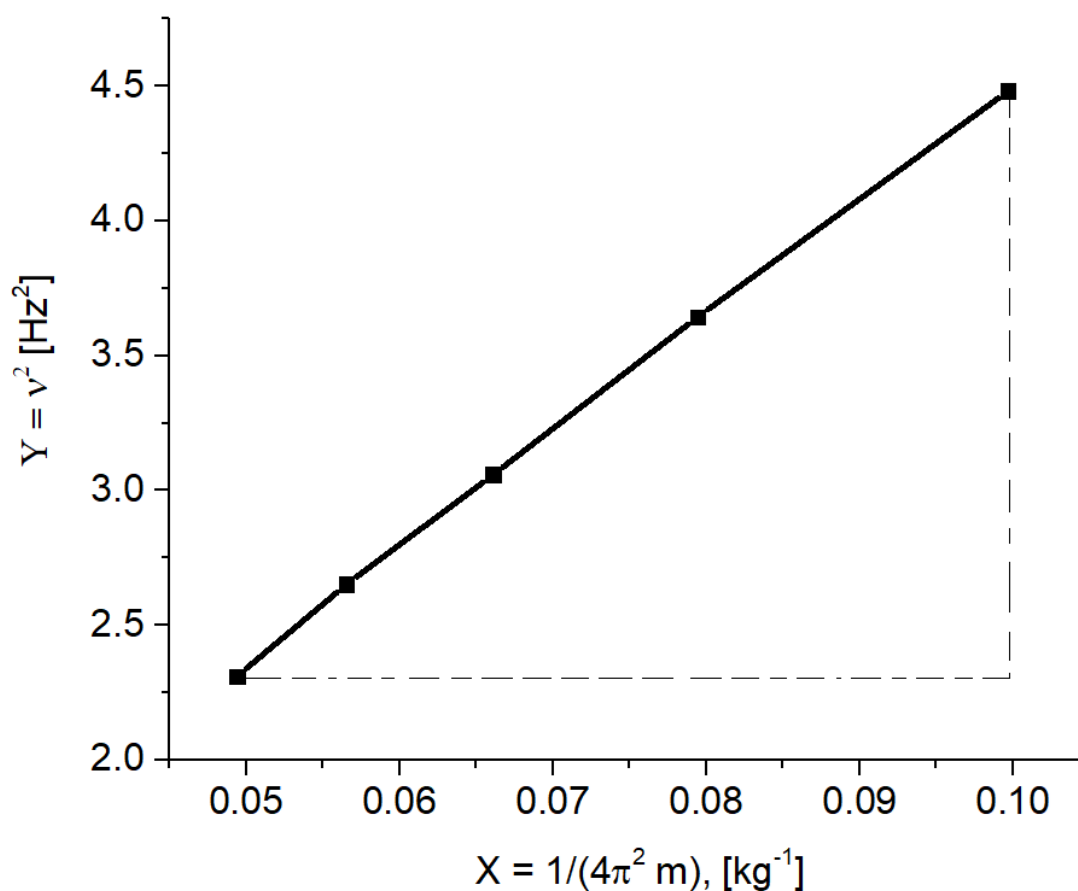
Metoda oscilațiilor mici

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow v^2 = k \frac{1}{4\pi^2 m} \Rightarrow Y = kX, \quad Y = v^2, \quad X = \frac{1}{4\pi^2 m} \quad (0,5 \text{ p.})$$

Pentru colectarea datelor în tabelă (1.0p)

Nr.	nr.	t, s	N	T, s	$v = \frac{1}{T}, s^{-1}$	v^2, s^{-2}	m, kg	$\frac{1}{4\pi^2 m^2}, \frac{1}{kg}$
1	1	9,53	X	X	X	X	X	X
	2	9,47						
	3	9,34						
	med.	9,45						
2	1	10,50	X	X	X	X	X	X
	2	10,50						
	3	10,43						
	med.	10,48						
3	1	11,41	X	X	X	X	X	X
	2	11,44						
	3	11,46						
	med.	11,43						
4	1	12,28	X	X	X	X	X	X
	2	12,28						
	3	12,29						
	med.	12,28						
5	1	13,07	X	X	X	X	X	X
	2	13,19						
	3	13,21						
	med.	13,15						

Pentru construirea dependenței $Y = k X$ (0,5 p.)



Pentru calculul constantei elastice din grafic și concluzii (0,5 p.)

$$k = (4.48232 - 2.31083) / (0.09969 - 0.04941) = 43.2 \text{ N/m}$$

Metoda oscilațiilor mici

Pentru stabilirea expresiei liniară, panta graficului căruia ar fi egală cu constanta de elasticitate a două resorturi legate în paralel (0,5 p.).

$$k_p = 2k$$

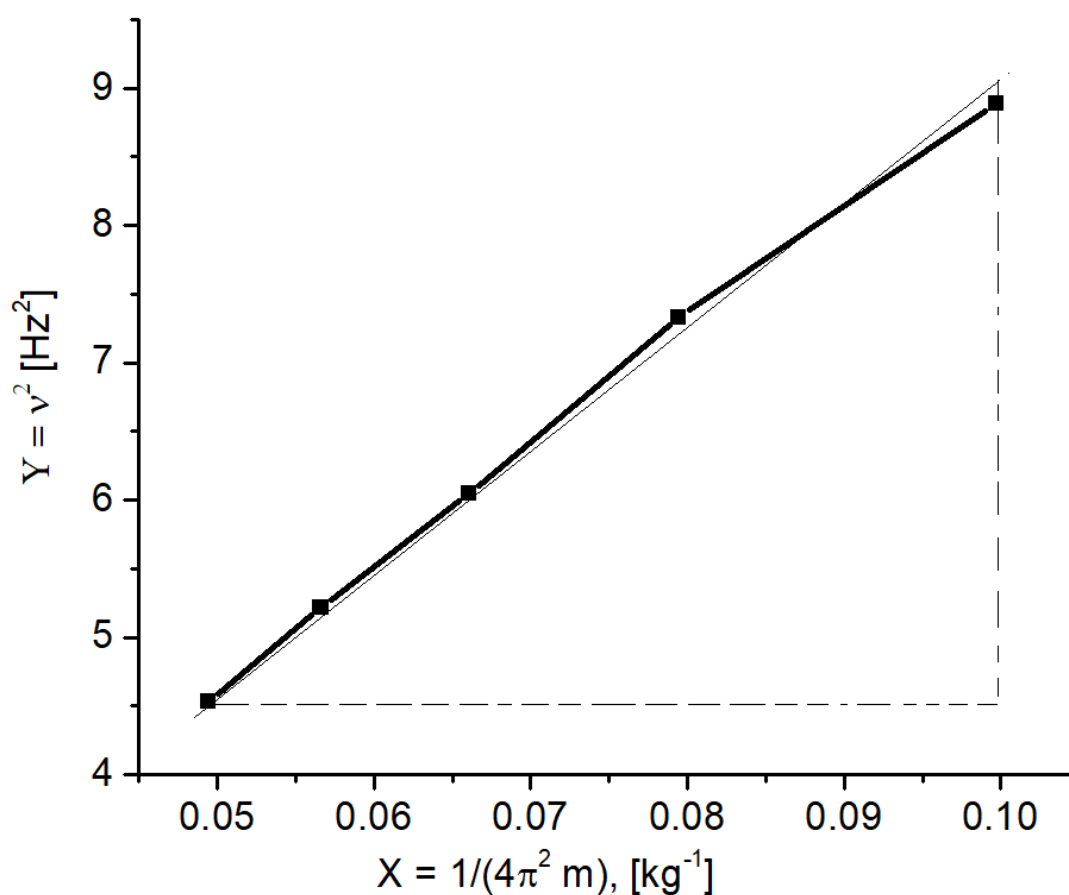
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow v^2 = k \frac{1}{4\pi^2 m} \Rightarrow Y = kX, \quad Y = v^2, \quad X = \frac{1}{4\pi^2 m} \quad (0,5 \text{ p.})$$

b)

Pentru colectarea datelor in tabela (1,0 p.)

Nr.	nr.	t, s	N	T, s	$\nu = \frac{1}{T}, s^{-1}$	ν^2, s^{-2}	m, kg	$\frac{1}{4\pi^2 m}, \frac{1}{kg}$
1	1	6,75	X	X	X	X	X	X
	2	6,69						
	3	6,69						
	med.	6,71	20	0,3355	2,9806	8,884	0,2541	0,0997
2	1	7,41	X	X	X	X	X	X
	2	7,38						
	3	7,37						
	med.	7,39	20	0,3693	2,7076	7,331	0,3188	0,0795
3	1	8,12	X	X	X	X	X	X
	2	8,12						
	3	8,16						
	med.	8,13	20	0,4067	2,4590	6,047	0,3834	0,0661
4	1	8,78	X	X	X	X	X	X
	2	8,71						
	3	8,78						
	med.	8,75	20	0,4378	2,2840	5,217	0,4476	0,0566
5	1	9,44	X	X	X	X	X	X
	2	9,37						
	3	9,37						
	med.	9,39	20	0,4697	2,1292	4,533	0,5127	0,0494

4,0 p.

Pentru construirea dependenței $Y = k X$ (0,5 p.)

Pentru calculul constantei elastice din grafic și a valorii teoretice a constantei elastice (1.0 p)

$$k_p = (8.88413 - 4.53336) / (0.09969 - 0.04941) = 86.5 \text{ N/m}$$

$$k_p(\text{teoretic}) = 2 * 43.2 = 86.4 \text{ N/m}$$

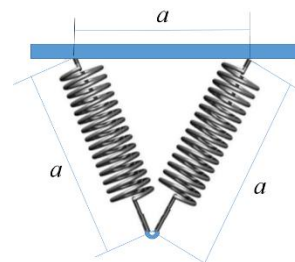
Pentru concluzie (0,5 p.)

Metoda oscilațiilor mici.

Pentru desen (0,5 p.)

Echilibru

$$mg = F_0 \Rightarrow mg = 2F_{el} \cos \alpha \Rightarrow \boxed{mg = 2k\Delta l \cos \alpha} \quad (1,0 \text{ p.})$$



c) Deplasare mică x în jos

$$F = 2F_{el} \cos \alpha' = 2k(\Delta l + \Delta l') \cos \alpha', \quad \alpha = \alpha - \Delta \alpha \quad (0,5 \text{ p.})$$

$$\frac{\Delta l'}{x} = \cos \alpha' \Rightarrow \Delta l' = x \cos \alpha' \quad (0,5 \text{ p.})$$

$$F = 2k(\Delta l + x \cos \alpha') \cos \alpha', \quad \lim_{\Delta \alpha \rightarrow 0} \cos \alpha' = \cos \alpha \quad (1,0 \text{ p.})$$

$$F_{rez} = mg - F = \cancel{mg} - 2k\cancel{\Delta l} \cos \alpha - 2k \cos^2 \alpha \cdot x = -2k \cos^2 \alpha \cdot x \quad (0,5 \text{ p.})$$

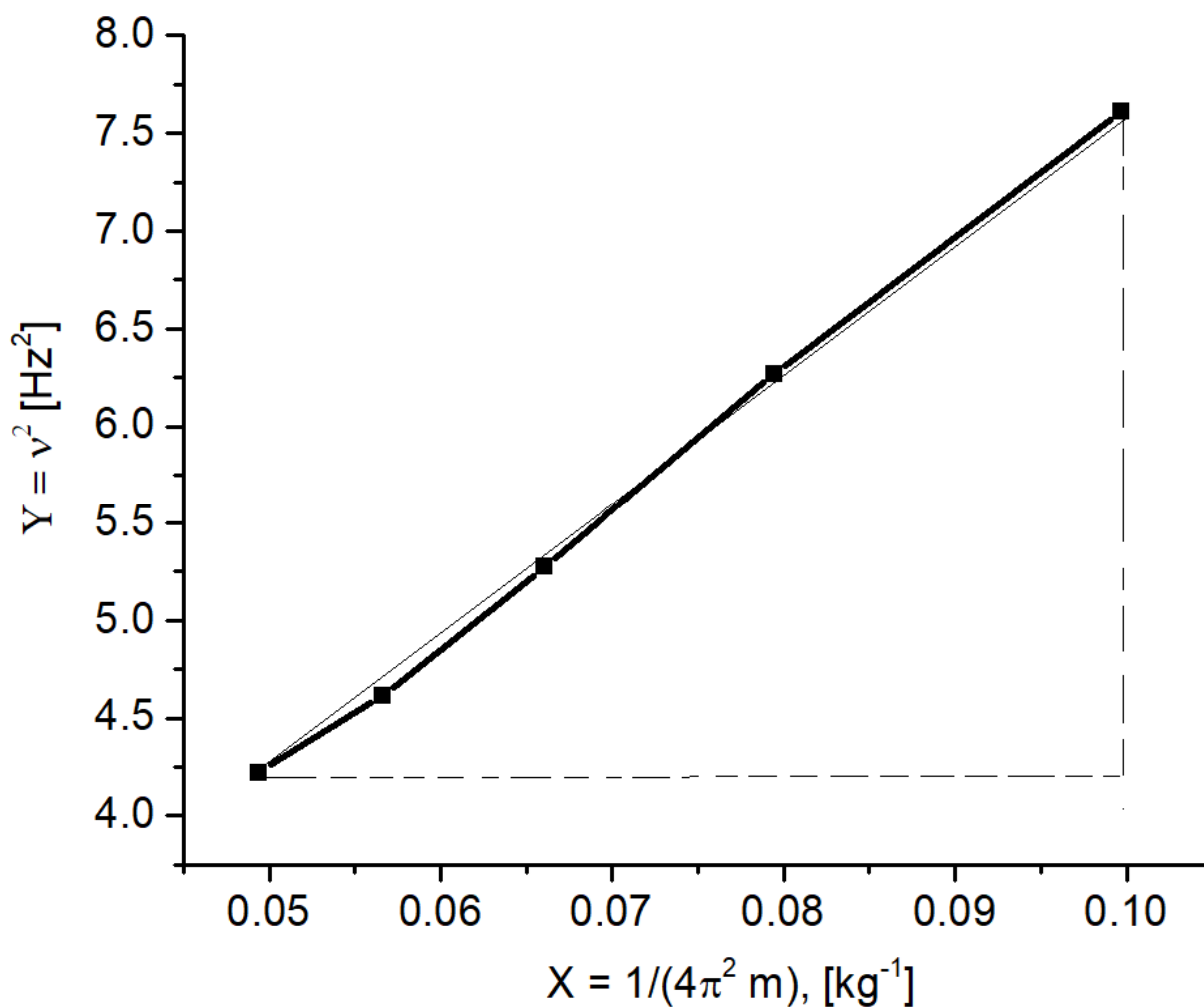
$$F_{rez} = -kx \Rightarrow \boxed{k_u = 2k \cos^2 \alpha} \quad (0,5 \text{ p.})$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow v^2 = k \frac{1}{4\pi^2 m} \Rightarrow Y = kX, \quad Y = v^2, \quad X = \frac{1}{4\pi^2 m} \quad (0,5 \text{ p.})$$

Pentru colectarea datelor în tabelă (1,0 p)

Nr.	nr.	t, s	N	T, s	$v = \frac{1}{T}, s^{-1}$	v^2, s^{-2}	m, kg	$\frac{1}{4\pi^2 m} \cdot \frac{1}{kg}$
1	1	7,22	X	X	X	X	X	X
	2	7,28						
	3	7,25						
	med.	7,25						
2	1	8,00	X	X	X	X	X	X
	2	7,97						
	3	7,99						
	med.	7,99						
3	1	8,69	X	X	X	X	X	X
	2	8,72						
	3	8,71						
	med.	8,71						
4	1	9,33	X	X	X	X	X	X
	2	9,28						
	3	9,32						
	med.	9,31						
5	1	9,72	X	X	X	X	X	X
	2	9,75						
	3	9,73						
	med.	9,73						

Pentru construirea dependenței $Y = k_u X$ (0,5 p.)



Pentru calculul constantei elastice din grafic și concluzie (0,5 p.)

$$k_u = (7.61 - 4.22) / (0.100 - 0.049) = 67.4 \text{ N/m} \quad (0,5 \text{ p.})$$

$$k_u(\text{teoretic}) = 2 * 43.2 * (\cos(30)) ^ 2 = 64.8 \text{ N/m} \quad (0,5 \text{ p.})$$

Pentru concluzii generale (0,5 p.)

Total 20,0 p.