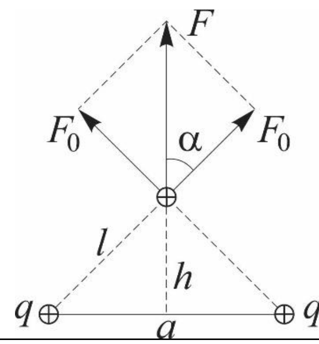
Problema 1 **Clasa 11**

<table>
<tr><th></th><th>Soluţie</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td>1a)</td><td>Pentru observarea faptului că pistonul se opreşte atunci când toată apa din cilindru se evaporă. (0.5 p.)</td><td>0.5 p</td></tr>
<tr><td>1b)</td><td>
Pentru observarea faptului că volumul aerului în procesul de comprimare variază de la V_0 până la $V_0/2$. (0.2 p.)
Pentru observarea faptului că vaporii de apă pe tot parcursul procesului rămân saturaţi. (0.5 p.)
Pentru scrierea ecuaţiei ce leagă stările iniţială şi finală a aerului:
$$\frac{p_0V_0}{T_0}=\frac{p_1V_0}{2T_1}, \qquad (1)$$ (0.5 p.)
unde p_0 şi T_0 sunt presiunea, şi respectiv, temperatura iniţială, iar p_1 şi T_1 sunt valorile finale ale acestor mărimi.
Pentru observarea faptului că presiunea iniţială p_0 a aerului coincide cu presiunea vaporilor saturaţi la temperatura T_0:
$$p_0=p_s\left(t_0^\circ\right) \qquad (2)$$ (0.5 p.)
Pentru scrierea ecuaţiei stării iniţiale a vaporilor saturaţi de apă:
$$p_0V_0=\frac{m}{M_{H_2O}}RT_0, \qquad (3)$$ (0.5 p.)
unde m este masa vaporilor de apă în starea iniţială, iar M_{H_2O} este masa molară a vaporilor de apă.
Pentru observarea faptului că presiunea finală a aerului p_1 coincide cu presiunea vaporilor saturaţi la temperatura T_1:
$$p_1=p_s\left(t_1^\circ\right) \qquad (4)$$ (0.5 p.)
Pentru scrierea ecuaţiei stării finale a vaporilor de apă:
$$p_1\frac{3}{2}V_0=\frac{m+m_0}{M_{H_2O}}RT_1 \qquad (5)$$ (0.5 p.)
Pentru obţinerea din (1), (3) şi (5) a masei vaporilor de apă în starea iniţială:
$$m=\frac{m_0}{2}=2\text{g} \qquad (6)$$ (0.8 p.)
</td><td>4.0 p.</td></tr>
<tr><td>1c)</td><td>
Pentru construirea graficului dependenţei presiunii vaporilor saturaţi de apă în funcţie de temperatură $p=p_s\left(t^\circ\right)$ (vezi fig. 11.1a): (0.5 p.)
Pentru observarea faptului că temperatura iniţială T_0 şi presiunea iniţială p_0 ale aerului se determină din condiţia de intersecţie a graficului funcţiei $p=p_s\left(t^\circ\right)$ cu graficul dreptei
$$p=\frac{m}{M_{H_2O}}\frac{R}{V_0}T \qquad (7)$$ (1.0 p.)
Pentru alcătuirea tabelului,
<table>
<tr><td>$t^\circ, {}^\circ\text{C}$</td><td>0</td><td>50</td><td>100</td><td>150</td></tr>
<tr><td>$p\times10^{-5}$,Pa</td><td>2,52</td><td>2,98</td><td>3,44</td><td>3,91</td></tr>
</table>
construirea graficului dreptei (7) şi obţinerea valorilor (vezi fig. 11.1a) :
$$t_0^\circ=145^\circ\text{C};\ p_0\approx3{,}9\cdot10^5\ \text{Pa}$$ (1.0 p.)
</td><td>2.5 p.</td></tr>
</table>

Problema 2. **Clasa 11**

Nr.	Solutie	Punctaj
2a	Presupunem că sarcinile sunt pozitive. $F = 2F_0\cos\alpha = 2\frac{kq^2}{l^2}\cos\alpha = 2\frac{kq^2}{l^2}\cdot\frac{h}{l} = \frac{2kq^2h}{\sqrt{\left(h^2+(a/2)^2\right)^3}}$. (1) **(1 p)** $F = \frac{2kq^2a}{2\sqrt{\left((a/2)^2+(a/2)^2\right)^3}} = \frac{kq^2a}{\sqrt{\left(a^2/2\right)^3}} = \frac{2\sqrt{2}kq^2}{a^2}$. $mg = F = \frac{2\sqrt{2}kq^2}{a^2}, \quad m = \frac{2\sqrt{2}kq^2}{ga^2}$. **(1 p)**  	**2 p.**
2b	În poziţia de echilibru asupra bilei acţionează forţa (1). La o abatere mică x de la poziţia de echilibru, asupra sarcinii acţionează forţa: $F_1 = \frac{2kq^2(h-x)}{\sqrt{\left((h-x)^2+(a/2)^2\right)^3}}$. Pentru $x \ll h$. $F_1 \approx \frac{2kq^2(h-x)}{\sqrt{\left(h^2+(a/2)^2\right)^3}}$. **(1 p)** Forţa rezultantă care acţionează asupra bilei este: $R = F_1 - mg = \frac{2kq^2(h-x)}{\sqrt{\left(h^2+(a/2)^2\right)^3}} - mg$. Deoarece $mg = F$, rezultă: **(1 p)** $R = \frac{2kq^2h}{\sqrt{\left(h^2+(a/2)^2\right)^3}} - \frac{2kq^2x}{\sqrt{\left(h^2+(a/2)^2\right)^3}} - mg = \frac{2\sqrt{2}kq^2}{a^2} - \frac{4\sqrt{2}kq^2x}{a^3} - mg$. $R = -\frac{4\sqrt{2}kq^2x}{a^3} = -k_0x$, unde $k_0 = \frac{4\sqrt{2}kq^2}{a^3}$. **(1 p)** $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_0}} = 2\pi\sqrt{\frac{2\sqrt{2}kq^2a^3}{ga^2\cdot 4\sqrt{2}kq^2}} = \pi\sqrt{\frac{2a}{g}}$. **(0,5 p)**	**3,5 p.**
2c	În dependenţă de valoarea lui h forţa F trece printr-un max. Pentru a afla valoarea lui h pentru care F este maximal, derivăm expresia (1) şi egalăm derivata ci zero: $F' = 2kq^2\left[\frac{\sqrt{\left(h^2+(a/2)^2\right)^3} - h\frac{3}{2}\sqrt{\left(h^2+(a/2)^2\right)}\cdot 2h}{\left(h^2+(a/2)^2\right)^3}\right] = 0$. **(1 p)** $\sqrt{\left(h^2+(a/2)^2\right)^3} = 3h^2\sqrt{\left(h^2+(a/2)^2\right)}$.	**4,5 p.**

	$h^2 + (a/2)^2 = 3h^2$, $h = h_0 = \dfrac{a}{2\sqrt{2}}$. **(1 p)** Înlocuim valoarea lui h în (1): $F_{max} = \dfrac{2kq^2 a}{2\sqrt{2}\sqrt{\left(\left(\dfrac{a}{2\sqrt{2}}\right)^2 + (a/2)^2\right)^3}} = \dfrac{16kq^2}{\sqrt{27}a^2}$. **(1 p)** $m_{max} g = F_{max}$. **(1 p)** $m_{max} = \dfrac{F_{max}}{g} = \dfrac{16kq^2}{\sqrt{27} g a^2}$. **(0,5 p)**	
	Total	**10 p.**

<table>
<tr><td></td><td>

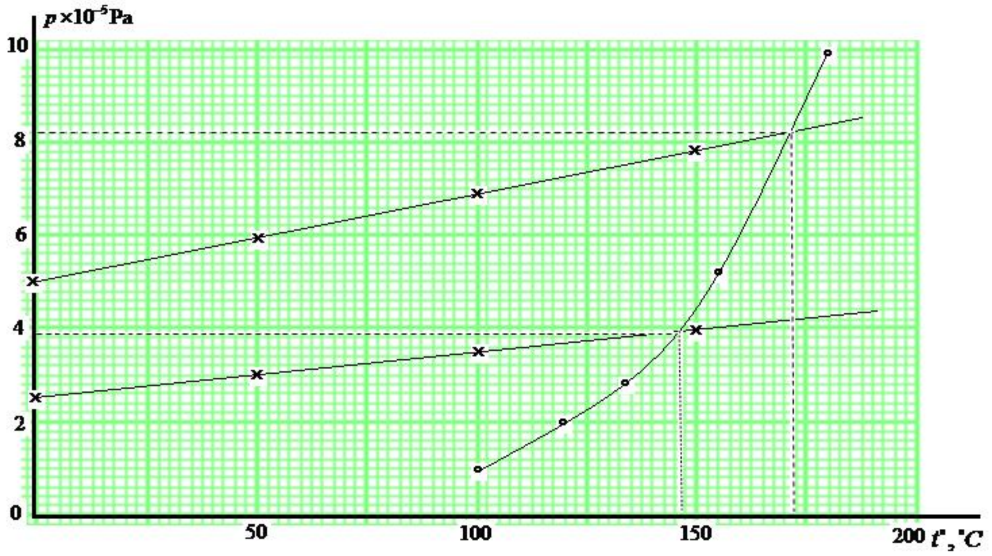


fig. 11.1a

</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>

Pentru observarea faptului că temperatura finală T_1 şi presiunea finală p_1 se determină din condiţia de intersecţie a graficului funcţiei $p = p_s\left(t^\circ\right)$ cu graficul dreptei

$$p = \frac{m+m_0}{M_{H_2O}}\frac{2R}{3V_0}T\,. \qquad (8) \qquad \textbf{(1.0 p.)}$$

Pentru alcătuirea tabelului,

$t^\circ, ^\circ$C	0	50	100	150
$p\times10^{-5}$,Pa	5,04	5,96	6,89	7,81

construirea graficului dreptei (8) şi obţinerea valorilor (vezi fig. 11.1a) :

$$t_1^\circ = 173^\circ\text{C}; \quad p_1 \approx 8,2\cdot10^5\ \text{Pa} \qquad \textbf{(1.0 p.)}$$

la care pistonul se opreşte

</td><td>2.0 p.</td></tr>
<tr><td>e)</td><td>

Pentru scrierea ecuaţiei stării iniţiale a aerului

$$p_0V_0 = \frac{m_a}{M_a}RT_0 \qquad (9) \qquad \textbf{(0.5 p.)}$$

Pentru determinarea din (9) a masei aerului:

$$m_a = \frac{p_0V_0M_a}{RT_0} = \frac{3,9\cdot10^5\cdot10^{-3}0,029}{8,31\cdot418} = 3,2\cdot10^{-3}\ \text{kg=3,2 g} \qquad \textbf{(0.5 p.)}$$

</td><td>1.0 p.</td></tr>
<tr><td></td><td>Total max</td><td>10.0 p.</td></tr>
</table>

Problema3 **Clasa 11**

Nr.	Solutie	Punctaj
3a)	Notăm prin m_1 şi l_1 masa şi, corespunzător, lungimea capătului suspendat al lănţişorului. $\mu(m-m_1)g = m_1 g$; **(0,5 p)** $\mu(l-l_1) = l_1$; $l_1 = \dfrac{\mu l}{\mu+1}$.**(0,5 p)**	**1 p.**
3b)	$m_1 = \dfrac{m}{l} l_1 = \dfrac{m}{l}\dfrac{\mu l}{\mu+1} = \dfrac{\mu m}{\mu+1}$, **(0,5 p)** $m_2 = \dfrac{m}{l}(l-l_1) = \dfrac{m}{l}(l-\dfrac{\mu l}{\mu+1}) = \dfrac{m}{l}\cdot\dfrac{\mu+1-\mu}{\mu+1} = \dfrac{m}{\mu+1}$.**(0,5 p)** Lucrul forţei de frecare este (deoarece forţa de frecare variază liniar până la zero, putem folosi valoarea medie a ei): $L = F_{fm}(l-l_1) = \dfrac{\mu m_2 g}{2}\cdot(l-l_1)$, $L = \dfrac{\mu m g}{2(\mu+1)}\cdot(l-\dfrac{\mu l}{\mu+1}) = \dfrac{\mu m g l}{2(\mu+1)^2}$.**(1 p)** Scriem legea conservări energiei: $m_1 g\left(\dfrac{l}{2}-\dfrac{l_1}{2}\right)+m_2 g\dfrac{l}{2} = \dfrac{mv^2}{2}+L$, **(1 p)** $\dfrac{\mu m g}{2(\mu+1)}\left(l-\dfrac{\mu l}{\mu+1}\right)+\dfrac{mgl}{2(\mu+1)} = \dfrac{mv^2}{2}+\dfrac{\mu m g l}{2(\mu+1)^2}$. **(0,5 p)** $v_0^2 = \dfrac{\mu g l}{\mu+1}\left(1-\dfrac{\mu}{\mu+1}\right)+\dfrac{gl}{\mu+1}-\dfrac{\mu g l}{(\mu+1)^2}$, $v_0^2 = \dfrac{\mu g l}{(\mu+1)^2}+\dfrac{gl}{\mu+1}-\dfrac{\mu g l}{(\mu+1)^2}$.**(0,25 p)** $v_0^2 = \dfrac{gl}{\mu+1}$, $v_0 = \sqrt{\dfrac{gl}{\mu+1}}$.**(0,25 p)**	**4 p.**
3c)	Conform teoremei despre variaţia impulsului corpului: $\Delta m v = F\Delta t$, unde F este forţa cu care Pământul acţionează asupra elementului de masă Δm ce se mişcă cu viteza v .Cu aceeaşi forţă şi elementul de masă acţionează asupra Pământului. $F = \dfrac{\Delta m v}{\Delta t}$.**(1 p)** La momentul de timp t pe masă se află o porţiune a lănţişorului de lungime x. Această porţiune acţionează asupra Pământului cu forţa de greutate $m_x g$. **(0,5 p)** Forţa totală cu care lănţişorul acţionează asupra mesei este: $F_t = \dfrac{\Delta m v}{\Delta t}+m_x g$.**(0,5 p)** În intervalul de timp foarte mic Δt viteza lănţişorului poate fi considerată constantă. În acest interval de timp lănţişorul se coboară cu $\Delta x = v\Delta t$; $\Delta m = m\dfrac{\Delta x}{l}$. Atunci: $F = \dfrac{m\Delta x v^2}{l\Delta x} = \dfrac{mv^2}{l}$ **(1 p)**	**5 p.**

	Viteza părţii lănţişorului care încă nu a atins suprafaţa Pământului este $v^2 = v_0^2 + 2gx$. Atunci: $F = \frac{m}{l}(v_0^2 + 2gx)$.**(1 p)** $m_x g = m\frac{x}{l}g$, Atunci: $F_t = \frac{m}{l}(v_0^2 + 2gx) + m\frac{x}{l}g = \frac{m}{l}v_0^2 + 2mg\frac{x}{l} + mg\frac{x}{l}$, $F_t = \frac{m}{l}v_0^2 + 3mg\frac{x}{l}$.**(0,5 p)** Introducem valoarea lui v_0 . $F_t = \frac{m}{l}\frac{gl}{\mu+1} + 3mg\frac{x}{l} = \frac{mg}{\mu+1} + 3mg\frac{x}{l}$. Pentru $x = l/2$ obţinem: $F_t = \frac{mg}{\mu+1} + \frac{3}{2}mg = \frac{3}{2(\mu+1)}mg$.**(0,5 p)**	
	Total	**10 p.**