

Ministerul Educației, Culturii și Cercetării al Republicii Moldova  
**Agenția Națională pentru Curriculum și Evaluare**  
**OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LV**  
CHIȘINĂU, 22– 25 martie 2019

Proba practică ORF 2019,  
Problema

clasa a 12  
(20,0 p.)

**Soluție**

1. Cu ajutorul foii de răspuns și a hartzii-carbon se stabilesc traiectoriile bilelor la ciocnirea inelastică. Comparând rezultatele obținute pentru două ciocniri necentrale la viteză mică și mare a bilei  $r_1$ , se poate observa că în cazul vitezei mici a bilei  $r_1$ , traiectoriile bilelor sunt continue, iar în al doilea discrete (hartia-carbon poate să nu fie bine atașată de foaia de răspuns). – (0,5 p.)

În ambele cazuri traiectoriile deviază de la dreaptă. – (0,5 p.)

În primul caz, la ciocnire bila  $r_1$  nu se deplasează, iar la viteză mare există o deplasare a acesteia, fapt cauzat de alunecarea bilelor una față de cealaltă. În primul caz apropierea minimă a bilelor în timpul ciocnirii bilelor se determină simplu, reieșind din punctul în care traiectoria bilei  $r_1$  își schimbă brusc direcția și în punctul unde începe traiectoria bilei  $r_2$ . Se observă și poate fi simplu verificat că distanța dintre bile în momentul ciocnirii este  $r_1 + r_2$ . – (0,5 p.)

Trasăm o dreaptă de-a lungul direcției de ciocnire, și paralel cu ea o dreaptă prin începutul traiectoriei bilei  $r_2$ . – (0,5 p.)

Parametrul de ciocnire  $d$  se determină după distanța dintre aceste drepte. – (0,2 p.)

Având în vedere că de interes sunt impulsurile bilelor imediat după ciocnire, unghiurile  $\alpha$  și  $\theta$  sunt determinate din tangenta la traiectoria bilelor în punctul de ciocnire. – (0,8 p.)

Anume astfel de ciocniri, la viteze mici ale bilei  $r_1$ , satisfac condiția că componenta verticală a impulsului la ciocnire este neglijabilă. Limitându-ne la ciocniri viteze mici ale bilei  $r_1$ , găsim parametrii  $d$ ,  $\alpha$ ,  $\theta$  pentru toate măsurătorile.

2. Legile conservării energiei și impulsului la ciocnirea bilelor se exprimă prin ecuațiile care au forma

$$m_1 v = m_1 v_1 \cos \theta + m_2 v_2 \cos \alpha, \quad (0,2 \text{ p.})$$

$$m_1 v_1 \sin \theta = m_2 v_2 \sin \alpha, \quad (0,2 \text{ p.})$$

$$E_0^t = E_1^t + E_2^t + Q E_0^t, \quad (0,2 \text{ p.}) \quad (5) \text{ – (în total 0,8 p.)}$$

$$E_0^t = \frac{1}{2} m_1 v^2, \quad (0,1 \text{ p.})$$

$$Q E_0^t = \Delta E + \Delta E^r \quad (0,1 \text{ p.})$$

Unde  $\Delta E^r$  – variația energiei de rotație la ciocnire

$$\Delta E^r = (E_1^r + E_2^r) - E_0^r \quad (6) \quad \text{– (0,2 p.)}$$

Ministerul Educației, Culturii și Cercetării al Republicii Moldova  
**Agencia Națională pentru Curriculum și Evaluare**  
**OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LV**  
CHIȘINĂU, 22– 25 martie 2019

Proba practică ORF 2019,

clasa a 12

Reieșind din legile conservării impulsului se obține

$$\operatorname{tg} \theta \left( \frac{m_1 v}{m_2 v_2} - \cos \alpha \right) = \sin \alpha, \quad (0,2 \text{ p.}) \quad - \text{ (în total 0,5 p.)}$$

$$(m_1 v_1)^2 = (m_1 v)^2 + (m_2 v_2)^2 - 2m_1 v m_2 v_2 \cos \alpha \quad (0,3 \text{ p.})$$

Reieșind din legile conservării energiei se obține – (1,0 p.)

$$\frac{v}{v_2} = k \left( \frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \theta} + \cos \alpha \right), \quad (0,2 \text{ p.})$$

$$\frac{v_1}{v_2} = k \frac{\sin \alpha}{\sin \theta}, \quad (0,1 \text{ p.}) \quad (7) - \text{ (în total 0,5 p.)}$$

$$(v_1)^2 = (v)^2 + (v_2 k)^2 - 2v v_2 k \cos \alpha = (1 - Q)v^2 - v_2^2 k \quad (0,2 \text{ p.})$$

Pierderile relative ale energiei mișcării de translație se prezintă astfel

$$Q = \frac{a}{k} (b + ac)^{-2} (k(2bc + (2c^2 - 1)a) - a), \quad (0,4 \text{ p.})$$

$$a = \operatorname{tg} \theta, \quad b = \sin \alpha, \quad c = \cos \alpha,$$

$$v_1 = \frac{b(1 + a^2)^{1/2}}{ac + b}, \quad (0,3 \text{ p.}) \quad (8) - \text{ (în total 1,0 p.)}$$

$$v_2 = \frac{ak^{-1}}{ac + b} \quad (0,3 \text{ p.})$$

În afara pierderilor de energie datorate forțelor de frecare, variației energiei interne și a altor pierderi, parametrul  $Q$  include variația relativă a energiei de rotație. (1,0 p.)

3. În limită  $Q = 0$  și găsim

$$k = a / (2bc + (2c^2 - 1)a) \quad (9) - (1,0 \text{ p.})$$

Se observă că  $\sin \theta_{\max} = k$ , dar, după cum reiese din rezultatele experimentului unghiurile de împrăștiere  $\theta$  sunt mai mici decât cel de limită.

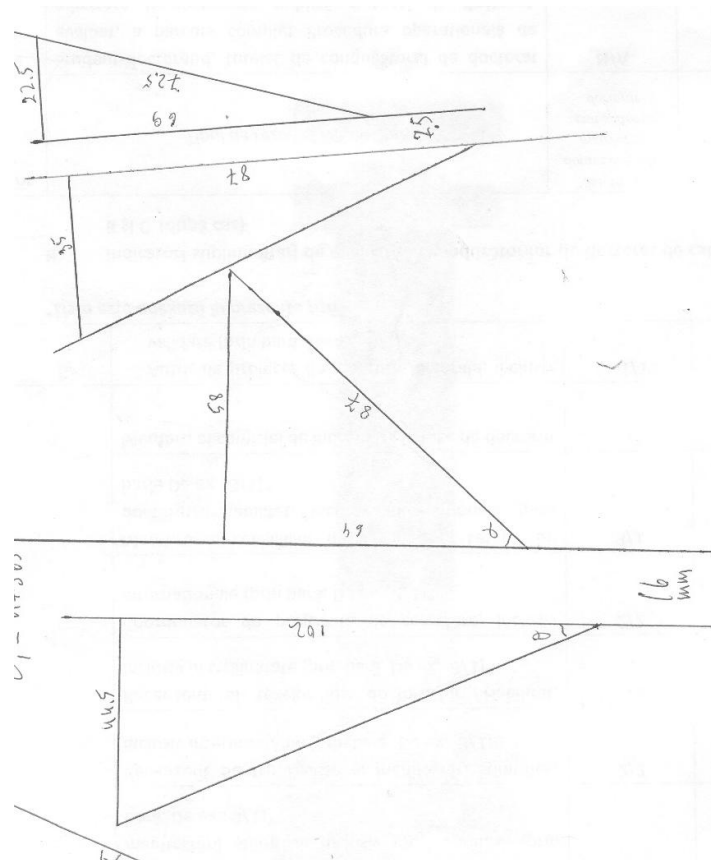
Ministerul Educației, Culturii și Cercetării al Republicii Moldova  
**Agenția Națională pentru Curriculum și Evaluare**  
**OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LV**  
 CHIȘINĂU, 22– 25 martie 2019

Proba practică ORF 2019,

clasa a 12

4. Cunoscând din condițiile problemei valorile duble ale razelor bilelor ( $2r_1$  și  $2r_2$ ), și considerând că densitatea metalului este constantă găsim  $k=0,64$  la ciocnirea bilei cu raza mai mare în mișcare cu bila fixă

Exemplul de calcul a unora dintre ciocniri



## OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LV

CHIȘINĂU, 22– 25 martie 2019

Proba practică ORF 2019,

clasa a 12

5. Параметри  $a$ ,  $b$ ,  $c$  se găsesc experimental. Traectoria bilei care ciocnește bila în repaos are două porțiuni care permite determinarea unghiului  $\theta$ . Unghiul  $\alpha$  se determină după tangenta la traectoria bilei a doua în locul ciocnirii. Componenta verticală a impulsului la ciocnire se manifestă printr-un punct care permite determinarea poziției celei de a doua bile până la ciocnire și parametru de ciocnire  $d$ .

Vitezele bilelor trebuie să fie destul de mici pentru ca acestea să se miște fără salturi și alunecare. Rezultatele experimentului sunt prezentate în tabel.

Tabel – (3,0 p.)

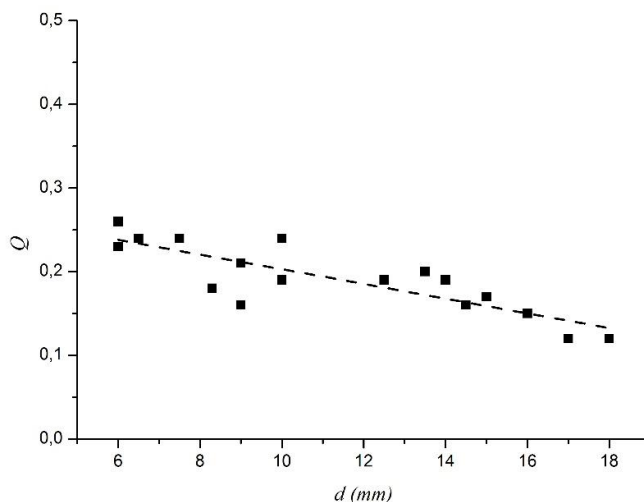
	$d$ (mm)	$a$	$b$	$c$	$Q$	$k(0)$	$v_1$	$v_2$
1	6,0	0,33	0,28	0,95	0,26	0,42	0,49	0,88
2	6,0	0,39	0,28	0,96	0,23	0,45	0,46	0,93
3	6,5	0,42	0,36	0,93	0,24	0,43	0,52	0,87
4	7,5	0,40	0,31	0,95	0,24	0,44	0,48	0,91
5	8,3	0,52	0,44	0,90	0,18	0,47	0,54	0,90
6	9,0	0,57	0,41	0,92	0,16	0,50	0,51	0,95
7	9,0	0,49	0,42	0,92	0,21	0,46	0,53	0,89
8	10,0	0,51	0,43	0,90	0,19	0,47	0,54	0,90
9	10,0	0,43	0,37	0,43	0,24	0,43	0,53	0,87
10	12,5	0,50	0,54	0,84	0,19	0,44	0,63	0,81
11	13,5	0,42	0,61	0,79	0,20	0,39	0,70	0,69
12	14,0	0,46	0,60	0,80	0,19	0,41	0,68	0,73
13	14,5	0,51	0,69	0,81	0,16	0,45	0,67	0,79
14	15,0	0,44	0,64	0,77	0,17	0,41	0,72	0,70
15	16,0	0,44	0,67	0,74	0,15	0,43	0,74	0,69
16	17,0	0,39	0,76	0,65	0,12	0,43	0,81	0,60
17	18,0	0,37	0,76	0,64	0,12	0,41	0,81	0,58

Ministerul Educației, Culturii și Cercetării al Republicii Moldova  
**Agenția Națională pentru Curriculum și Evaluare**  
**OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LV**  
CHIȘINĂU, 22– 25 martie 2019

Proba practică ORF 2019,

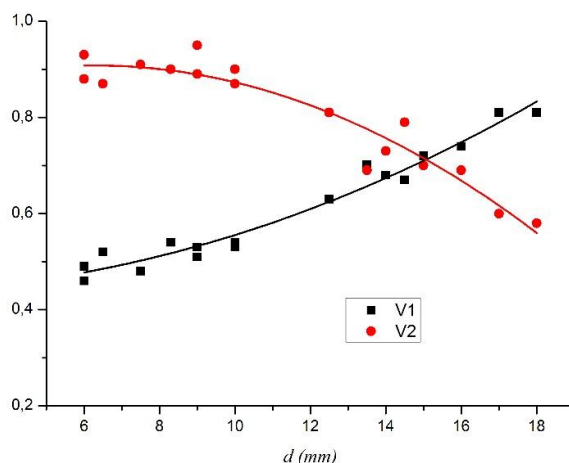
clasa a 12

6. Folosind datele obținute se obține o dependență  $Q(d)$  prezentată mai jos. – (2,5 p.)



În domeniul variației parametrului de ciocnire de la 6 mm la 18 mm pierderile de energie se micșorează liniar, vezi figura, coeficientul  $\gamma = -0,193$  – (0,5 p.)

7. Pentru valori  $d$  mici, viteza bilei  $r_2$ , este mai mare decât viteza bilei  $r_1$ , astfel în regiunea valorilor de cca 15 mm raportul între viteze se schimbă. În figură sunt prezentate dependențele vitezelor bilelor de parametrul de ciocnire.



Probleme propuse de:  
dr. hab., prof. univ. Alexandr Cliucanov  
dr., conf. cerc. Sergiu Vatavu  
Universitatea de Stat din Moldova