

Ministerul Educației, Culturii și Cercetării al Republicii Moldova
Agencia Națională pentru Curriculum și Evaluare
OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LV
CHIȘINĂU, 22–25 martie 2019

Экспериментальный тур ORF 2019,

12 класс

Задача

(20,0 б.)

Решение

1. С помощью листов белой и копировальной бумаги фиксируем траектории шаров при неупругом соударении. Сравнивая результаты двух нецентральных ударов при малой и большой скорости налетающего шара r_1 , можно заметить, что в первом случае при малой скорости налетающего шара траектории шаров непрерывны, а во втором дискретны, так как копировальная бумага может прилегать не плотно. – (0,5 б.)

В обоих случаях траектории отклоняются от прямой линии. – (0,5 б.)

В первом случае за время удара шар r_1 не смещается, а при большой скорости имеется некоторое смещение. Т.е. шары во время удара скользят друг относительно друга. В первом случае минимальное сближение шаров во время удара легко определяется по точке излома траектории шара r_1 и точке начала траектории шара r_2 . Легко проверить, что расстояние между шарами в момент удара равно $r_1 + r_2$.
– (0,5 б.)

Проводим прямую линию вдоль направления удара и параллельно ей линию через начало траектории шара r_2 . – (0,5 б.)

Прицельный параметр d определяем по расстоянию между этими прямыми. – (0,2 б.)

Поскольку нас интересуют импульсы шаров сразу после удара, то углы α и θ находим по касательным к траекториям шаров в точке удара. – (0,8 б.)

Именно такие удары при малых скоростях шара r_1 удовлетворяют условию пренебрежимой малости вертикальной компоненты ударного импульса. Ограничиваясь ударами с малой скоростью шара r_1 , находим параметры d , α , θ для всех измерений.

2. Законы сохранения энергии и импульса при столкновении шаров выражаются уравнениями, которые имеют следующий вид

$$m_1 v = m_1 v_1 \cos \theta + m_2 v_2 \cos \alpha, \quad (0,2 \text{ б.})$$

$$m_1 v_1 \sin \theta = m_2 v_2 \sin \alpha, \quad (0,2 \text{ б.})$$

$$E_0^t = E_1^t + E_2^t + QE_0^t, \quad (0,2 \text{ б.}) \quad (5) \text{ – (итого 0,8 б.)}$$

$$E_0^t = \frac{1}{2} m_1 v^2, \quad (0,1 \text{ б.})$$

$$QE_0^t = \Delta E + \Delta E^r \quad (0,1 \text{ б.})$$

Здесь ΔE^r – изменение вращательной энергии при ударе

$$\Delta E^r = (E_1^r + E_2^r) - E_0^r \quad (6) \quad \text{– (0,2 б.)}$$

Ministerul Educației, Culturii și Cercetării al Republicii Moldova
Agenția Națională pentru Curriculum și Evaluare
OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LV
CHIȘINĂU, 22– 25 martie 2019

Экспериментальный тур ORF 2019,

12 класс

Из законов сохранения импульса находим

$$\operatorname{tg} \theta \left(\frac{m_1 v}{m_2 v_2} - \cos \alpha \right) = \sin \alpha, \quad (0,2 \text{ б.}) \quad \text{– (итого 0,5 б.)}$$

$$(m_1 v_1)^2 = (m_1 v)^2 + (m_2 v_2)^2 - 2m_1 v m_2 v_2 \cos \alpha \quad (0,3 \text{ б.})$$

Используя закон сохранения энергии, получим – (1,0 б.)

$$\frac{v}{v_2} = k \left(\frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \theta} + \cos \alpha \right), \quad (0,2 \text{ б.})$$

$$\frac{v_1}{v_2} = k \frac{\sin \alpha}{\sin \theta}, \quad (0,1 \text{ б.}) \quad (7) \text{ – (итого 0,5 б.)}$$

$$(v_1)^2 = (v)^2 + (v_2 k)^2 - 2v v_2 k \cos \alpha = (1 - Q)v^2 - v_2^2 k^2 \quad (0,2 \text{ б.})$$

Относительные потери энергии поступательного движения представим в виде

$$Q = \frac{a}{k} (b + ac)^{-2} (k(2bc + (2c^2 - 1)a) - a), \quad (0,4 \text{ б.})$$

$$a = \operatorname{tg} \theta, \quad b = \sin \alpha, \quad c = \cos \alpha,$$

$$v_1 = \frac{b(1 + a^2)^{1/2}}{ac + b}, \quad (0,3 \text{ б.}) \quad (8) \text{ – (итого 1,0 б.)}$$

$$v_2 = \frac{ak^{-1}}{ac + b} \quad (0,3 \text{ б.})$$

Кроме потерь энергии на работу против сил трения, на внутреннюю энергию и других потерь параметр Q включает относительную величину приращения вращательной энергии. (1,0 б.)

3. В пределе $Q = 0$ находим – (1,0 б.)

$$k = a / (2bc + (2c^2 - 1)a) \quad (9)$$

Легко видеть, что $\sin \theta_{\max} = k$, однако, как следует из результатов экспериментов углы рассеяния θ меньше этого предельного.

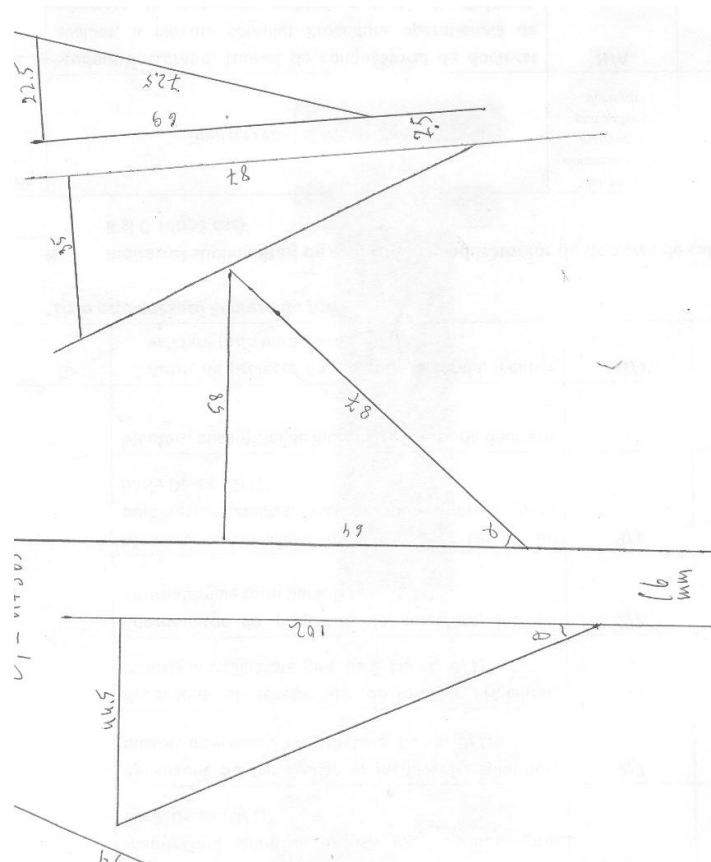
Ministerul Educației, Culturii și Cercetării al Republicii Moldova
Agenția Națională pentru Curriculum și Evaluare
OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LV
 CHIȘINĂU, 22– 25 martie 2019

Экспериментальный тур ORF 2019,

12 класс

4. Зная двойные значения радиусов шаров из условий задачи ($2r_1$ и $2r_2$) и считая, что плотность металла постоянна находим $k=0,64$ при столкновении тяжелого шара с неподвижным легким.

Пример столкновения



OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LV

CHIȘINĂU, 22– 25 martie 2019

Экспериментальный тур ORF 2019,

12 класс

5. Параметры a , b , c находим экспериментально. Траекторией налетающего шара при малых скоростях является ломаная линия, которая позволяет легко определить угол θ . Угол α находим по наклону касательной к траектории второго шара в месте удара. Вертикальная компонента ударного импульса проявляется в виде точки, которая позволяет определить положение второго шара до удара и найти прицельный параметр d .

Скорости шаров должны быть достаточно малыми, чтобы они катились без скачков и скольжения. Результаты эксперимента представлены в таблице.

таблица – (3,0 б.)

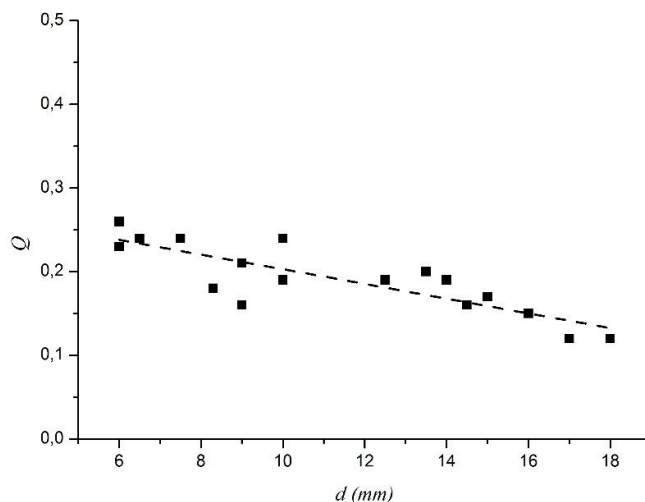
	d (mm)	a	b	c	Q	$k(0)$	v_1	v_2
1	6,0	0,33	0,28	0,95	0,26	0,42	0,49	0,88
2	6,0	0,39	0,28	0,96	0,23	0,45	0,46	0,93
3	6,5	0,42	0,36	0,93	0,24	0,43	0,52	0,87
4	7,5	0,40	0,31	0,95	0,24	0,44	0,48	0,91
5	8,3	0,52	0,44	0,90	0,18	0,47	0,54	0,90
6	9,0	0,57	0,41	0,92	0,16	0,50	0,51	0,95
7	9,0	0,49	0,42	0,92	0,21	0,46	0,53	0,89
8	10,0	0,51	0,43	0,90	0,19	0,47	0,54	0,90
9	10,0	0,43	0,37	0,43	0,24	0,43	0,53	0,87
10	12,5	0,50	0,54	0,84	0,19	0,44	0,63	0,81
11	13,5	0,42	0,61	0,79	0,20	0,39	0,70	0,69
12	14,0	0,46	0,60	0,80	0,19	0,41	0,68	0,73
13	14,5	0,51	0,69	0,81	0,16	0,45	0,67	0,79
14	15,0	0,44	0,64	0,77	0,17	0,41	0,72	0,70
15	16,0	0,44	0,67	0,74	0,15	0,43	0,74	0,69
16	17,0	0,39	0,76	0,65	0,12	0,43	0,81	0,60
17	18,0	0,37	0,76	0,64	0,12	0,41	0,81	0,58

Ministerul Educației, Culturii și Cercetării al Republicii Moldova
Agenția Națională pentru Curriculum și Evaluare
OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LV
CHIȘINĂU, 22– 25 martie 2019

Экспериментальный тур ORF 2019,

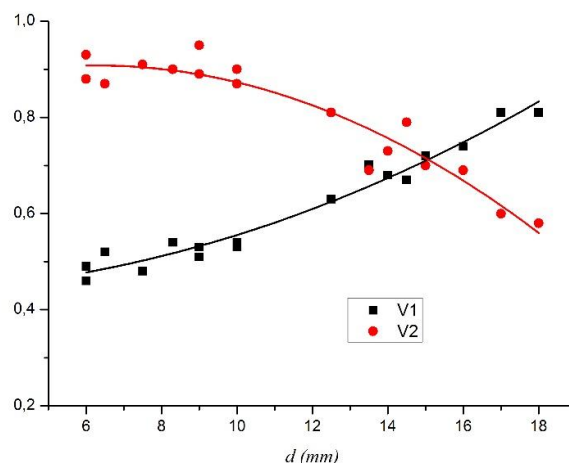
12 класс

6. Используя полученные результаты строим график зависимости $Q(d)$. – (2,5 б.)



В области изменения прицельного параметра от 6 mm до 18 mm потери уменьшаются по линейному закону, представленному на графике с коэффициентом $\gamma = -0,193$ – (0,5 б.)

7. При малых значениях d скорость шара v_2 , больше скорости шара v_1 , тогда как в области $d = 15$ mm соотношение между скоростями меняется на противоположное. На рисунке представлена зависимость скоростей шаров от прицельного параметра.



Задачи составлены:
dr. hab., prof. univ. Alexandr Cliucanov
dr., conf. cerc. Sergiu Vatavu
Universitatea de Stat din Moldova