

**Республиканская Олимпиада по Математике**  
**Первый день, 2 марта 2019 года, X-й класс**

- 10.1. Найдите все натуральные числа  $n$ , для которых число  $\sqrt{n+\sqrt{n-2}}$  является рациональным.
- 10.2. Найдите все действительные значения параметра  $a$ , для которых уравнение  $|ax^2 - 6| = |2ax| + |3a|$  имеет хотя бы одно действительное решение.
- 10.3. Пусть  $ABC$  - равнобедренный треугольник, в котором  $AC = BC$ . Точка  $M$  - середина стороны  $AB$ ,  $N$  - основание перпендикуляра, проведенного через точку  $M$  на  $AC$ , а  $P$  - середина отрезка  $MN$ . Докажите, что прямые  $BN$  и  $CP$  взаимно перпендикулярны.
- 10.4. Покажите, что целая часть числа  $(7 + 4\sqrt{3})^n$  является нечётным числом, для любого натурального числа  $n$ .

**Время работы: 240 минут.**

**Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**

**Республиканская Олимпиада по Математике**  
**Первый день, 2 марта 2019 года, X-й класс**

- 10.1. Найдите все натуральные числа  $n$ , для которых число  $\sqrt{n+\sqrt{n-2}}$  является рациональным.
- 10.2. Найдите все действительные значения параметра  $a$ , для которых уравнение  $|ax^2 - 6| = |2ax| + |3a|$  имеет хотя бы одно действительное решение.
- 10.3. Пусть  $ABC$  - равнобедренный треугольник, в котором  $AC = BC$ . Точка  $M$  - середина стороны  $AB$ ,  $N$  - основание перпендикуляра, проведенного через точку  $M$  на  $AC$ , а  $P$  - середина отрезка  $MN$ . Докажите, что прямые  $BN$  и  $CP$  взаимно перпендикулярны.
- 10.4. Покажите, что целая часть числа  $(7 + 4\sqrt{3})^n$  является нечётным числом, для любого натурального числа  $n$ .

**Время работы: 240 минут.**

**Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**