

Olimpiada Republicană la Matematică

A doua zi, 3 martie 2019, Clasa a X-a

10.5. Determinați toate funcțiile $f : R \rightarrow R$, care verifică simultan condițiile:

1) $|f(x)| \geq 1$, oricare ar fi numărul real x .

2) $f(x+y) = \frac{f(x)+f(y)}{1+f(x) \cdot f(y)}$, oricare ar fi numerele reale x și y .

10.6. Rezolvați în R ecuația

$$\sqrt{2x^5 + x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 2x + 1} + \sqrt{17 - 2x + 34x^2 - 4x^3 + 17x^4 - 2x^5} = 7x^2 - 8x + 22.$$

10.7. În triunghiul ABC mediana AM și bisectoarea BN se intersectează în punctul P .

Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC , dacă se știe că dreptele MN și BC sunt reciproc perpendiculare, iar $BP : AN = 3 : 2$.

10.8. Fie a, b și c lungimile laturilor unui triunghi arbitrar cu perimetrul egal cu 1.

Arătați că are loc relația $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > \frac{9}{\sqrt{1-a} + \sqrt{1-b} + \sqrt{1-c}}$.

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !

Olimpiada Republicană la Matematică

A doua zi, 3 martie 2019, Clasa a X-a

10.5. Determinați toate funcțiile $f : R \rightarrow R$, care verifică simultan condițiile:

1) $|f(x)| \geq 1$, oricare ar fi numărul real x .

2) $f(x+y) = \frac{f(x)+f(y)}{1+f(x) \cdot f(y)}$, oricare ar fi numerele reale x și y .

10.6. Rezolvați în R ecuația

$$\sqrt{2x^5 + x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 2x + 1} + \sqrt{17 - 2x + 34x^2 - 4x^3 + 17x^4 - 2x^5} = 7x^2 - 8x + 22.$$

10.7. În triunghiul ABC mediana AM și bisectoarea BN se intersectează în punctul P .

Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC , dacă se știe că dreptele MN și BC sunt reciproc perpendiculare, iar $BP : AN = 3 : 2$.

10.8. Fie a, b și c lungimile laturilor unui triunghi arbitrar cu perimetrul egal cu 1.

Arătați că are loc relația $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > \frac{9}{\sqrt{1-a} + \sqrt{1-b} + \sqrt{1-c}}$.

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !