Республиканская Олимпиада по Математике
Второй день, 3 марта 2019 года, X-й класс

10.5. Найдите все функции $f: R \to R$, которые удовлетворяют одновременно условиям:

1) $|f(x)| \geq 1$, для любого действительного числа *x*.

2) $f(x+y) = \dfrac{f(x)+f(y)}{1+f(x)\cdot f(y)}$, для любых действительных чисел x и y.

10.6. Решите на множестве R уравнение

$$\sqrt{2x^5+x^4+4x^3+2x^2+2x+1}+\sqrt{17-2x+34x^2-4x^3+17x^4-2x^5}=7x^2-8x+22.$$

10.7. В треугольнике ABC медиана AM и биссектриса BN пересекаются в точке P. Найдите величины углов треугольника ABC, если известно, что прямые MN и BC взаимно перпендикулярны, а $BP:AN=3:2$.

10.8. Пусть a, b и c длины сторон некоторого произвольного треугольника с периметром равным 1.

Покажите, что имеет место неравенство $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} > \dfrac{9}{\sqrt{1-a}+\sqrt{1-b}+\sqrt{1-c}}$.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. **ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**

Республиканская Олимпиада по Математике
Второй день, 3 марта 2019 года, X-й класс

10.5. Найдите все функции $f: R \to R$, которые удовлетворяют одновременно условиям:

1) $|f(x)| \geq 1$, для любого действительного числа *x*.

2) $f(x+y) = \dfrac{f(x)+f(y)}{1+f(x)\cdot f(y)}$, для любых действительных чисел x и y.

10.6. Решите на множестве R уравнение

$$\sqrt{2x^5+x^4+4x^3+2x^2+2x+1}+\sqrt{17-2x+34x^2-4x^3+17x^4-2x^5}=7x^2-8x+22.$$

10.7. В треугольнике ABC медиана AM и биссектриса BN пересекаются в точке P. Найдите величины углов треугольника ABC, если известно, что прямые MN и BC взаимно перпендикулярны, а $BP:AN=3:2$.

10.8. Пусть a, b и c длины сторон некоторого произвольного треугольника с периметром равным 1.

Покажите, что имеет место неравенство $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} > \dfrac{9}{\sqrt{1-a}+\sqrt{1-b}+\sqrt{1-c}}$.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. **ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**