Республиканская Олимпиада по Математике
Первый день, 2 марта 2019 года, XI-й класс

11.1. *Определить экстремальные значения функции* $f:\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\to R$,

$$f(x)=\sin x+\cos x+tgx+ctgx.$$

11.2. *Вычислить предел* $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{2+3}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{2+3+\ldots+n}\right)\right)$.

11. 3. *Найти все непрерывные функции* $f:\mathbb{R}_+^*\to\mathbb{R}$, *которые удовлетворяют условию*

$$f\left(\frac{x}{y}\right)=\frac{f(x)}{y}-\frac{f(y)}{x},\quad \forall x,y\in\mathbb{R}_+^*.$$

11.4. *В бокал, осевое сечение которого есть график функции* $y=x^4$, *положили «вишенку» - шар радиуса* R. *Для каких значений* R *шар касается дна бокала (точки* $(0,0)$ *)?*

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. **ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**

Республиканская Олимпиада по Математике
Первый день, 2 марта 2019 года, XI-й класс

11.1. *Определить экстремальные значения функции* $f:\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\to R$,

$$f(x)=\sin x+\cos x+tgx+ctgx.$$

11.2. *Вычислить предел* $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{2+3}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{2+3+\ldots+n}\right)\right)$.

11. 3. *Найти все непрерывные функции* $f:\mathbb{R}_+^*\to\mathbb{R}$, *которые удовлетворяют условию*

$$f\left(\frac{x}{y}\right)=\frac{f(x)}{y}-\frac{f(y)}{x},\quad \forall x,y\in\mathbb{R}_+^*.$$

11.4. *В бокал, осевое сечение которого есть график функции* $y=x^4$, *положили «вишенку» - шар радиуса* R. *Для каких значений* R *шар касается дна бокала (точки* $(0,0)$ *)?*

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. **ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**

Республиканская Олимпиада по Математике
Второй день, 3 марта 2019 года, XI-й класс

11.5. *Сравните числа* $X = 2019^{\log_{2018} 2017}$ *и* $Y = 2017^{\log_{2019} 2020}$.

11.6. *Сфера проходит через все вершины одной грани куба и касается всех ребер противоположной грани куба. Найдите отношение объема сферы к объему куба.*

11.7. *Докажите, что если действительные числа* a, b, c *удовлетворяют условиям*

$$a+b+c=4,$$
$$a^2+b^2+c^2=6,$$

то

$$\frac{86}{9} \le a^3+b^3+c^3 \le 10.$$

11.8. *Пусть дана последовательность* $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, $a_n = \underbrace{11\ldots1}_{n\ цифр}\underbrace{88\ldots8}_{n\ цифр}$, $\forall n \ge 1$. *Вычислите предел* $\lim\limits_{n\to\infty}\left\{\sqrt{a_n}\right\}$, *где* $\{t\}$ *есть дробная часть числа* t.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. **ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**

Республиканская Олимпиада по Математике
Второй день, 3 марта 2019 года, XI-й класс

11.5. *Сравните числа* $X = 2019^{\log_{2018} 2017}$ *и* $Y = 2017^{\log_{2019} 2020}$.

11.6. *Сфера проходит через все вершины одной грани куба и касается всех ребер противоположной грани куба. Найдите отношение объема сферы к объему куба.*

11.7. *Докажите, что если действительные числа* a, b, c *удовлетворяют условиям*

$$a+b+c=4,$$
$$a^2+b^2+c^2=6,$$

то

$$\frac{86}{9} \le a^3+b^3+c^3 \le 10.$$

11.8. *Пусть дана последовательность* $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, $a_n = \underbrace{11\ldots1}_{n\ цифр}\underbrace{88\ldots8}_{n\ цифр}$, $\forall n \ge 1$. *Вычислите предел* $\lim\limits_{n\to\infty}\left\{\sqrt{a_n}\right\}$, *где* $\{t\}$ *есть дробная часть числа* t.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. **ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**