

Olimpiada Republicană la Matematică

Ziua a doua, 3 martie 2019, Clasa a XII-a

12.5. Fie funcția continuă $f: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, pentru care $(x+1)f(x) + \frac{1}{x^3}f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2x+1}{x(x^2+1)}$.

Determinați primitivele $F: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ale funcției f .

12.6. Determinați valoarea minimă a modulului numărului complex z , care verifică relația

$$|z+12| + |z-5i| = 13.$$

12.7. În piramida patrulateră regulată $VABCD$, înălțimea are lungimea h și este diametru al unei sfere, iar $m(\angle AVB) = \varphi$. Determinați lungimea curbei obținute la intersecția sferei cu suprafața laterală a piramidei.

12.8. Fie $I_n = n \int_0^1 \frac{\cos x}{1+e^{nx}} dx$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Calculați: $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !

Olimpiada Republicană la Matematică

Ziua a doua, 3 martie 2019, Clasa a XII-a

12.5. Fie funcția continuă $f: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, pentru care $(x+1)f(x) + \frac{1}{x^3}f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2x+1}{x(x^2+1)}$.

Determinați primitivele $F: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ale funcției f .

12.6. Determinați valoarea minimă a modulului numărului complex z , care verifică relația

$$|z+12| + |z-5i| = 13.$$

12.7. În piramida patrulateră regulată $VABCD$, înălțimea are lungimea h și este diametru al unei sfere, iar $m(\angle AVB) = \varphi$. Determinați lungimea curbei obținute la intersecția sferei cu suprafața laterală a piramidei.

12.8. Fie $I_n = n \int_0^1 \frac{\cos x}{1+e^{nx}} dx$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Calculați: $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !