

Республиканская Олимпиада по Математике
Второй день, 3 марта 2019 года, XII-й класс

12.5. Пусть $f: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ - непрерывная функция, удовлетворяющая условию $(x+1)f(x) + \frac{1}{x^3}f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2x+1}{x(x^2+1)}$. Найдите первообразные $F: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ функции f .

12.6. Найдите минимальное значение модуля комплексного числа z , для которого

$$|z + 12| + |z - 5i| = 13.$$

12.7. В правильной четырёхугольной пирамиде $VABCD$, высота имеет длину h и служит диаметром шара, а $m(\angle AVB) = \varphi$. Найдите длину кривой пересечения поверхности шара и боковой поверхности пирамиды.

12.8. Пусть $I_n = n \int_0^1 \frac{\cos x}{1+e^{nx}} dx$, где $n \in \mathbb{N}^*$. Вычислите: $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!

Республиканская Олимпиада по Математике
Второй день, 3 марта 2019 года, XII-й класс

12.5. Пусть $f: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ - непрерывная функция, удовлетворяющая условию $(x+1)f(x) + \frac{1}{x^3}f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2x+1}{x(x^2+1)}$. Найдите первообразные $F: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ функции f .

12.6. Найдите минимальное значение модуля комплексного числа z , для которого

$$|z + 12| + |z - 5i| = 13.$$

12.7. В правильной четырёхугольной пирамиде $VABCD$, высота имеет длину h и служит диаметром шара, а $m(\angle AVB) = \varphi$. Найдите длину кривой пересечения поверхности шара и боковой поверхности пирамиды.

12.8. Пусть $I_n = n \int_0^1 \frac{\cos x}{1+e^{nx}} dx$, где $n \in \mathbb{N}^*$. Вычислите: $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!