Республиканская Олимпиада по Математике
Первый день, 2 марта 2019 года, VII-й класс

7.1. Докажите, что существует четыре последовательных простых числа, которые делят без остатка число $n = 2 + 2^2 + \cdots + 2^{2028}$.

7.2. Задан треугольник ABC в котором $AB = AC$ и $m(\angle BAC) = 72^{\circ}$. На стороне AB взяты точки D и E, таким образом что $\angle ACD \equiv \angle DCE \equiv \angle ECB$, а точка F расположена на стороне (BC) так, что EF является биссектрисой угла BEC. Докажите что $AF \perp CE$.

7.3. На доске записаны все натуральные числа $1, 2, 3, \ldots, 15$. Определите минимальное количество чисел, которое можно стереть с доски, так, чтобы из оставшихся чисел можно было сформировать два непустых множества чисел, которые выполняют одновременно следующие условия:
а) они не имеют общих элементов;
б) они имеют одинаковое количество элементов;
в) произведение элементов в каждом множестве одно и тоже.

7.4. Задано выражение

$$E(a, b) = \frac{3}{a+2} + \frac{7}{2b+3}.$$

Найдите все натуральные ненулевые числа a и b, для которых значение выражение $E(a, b)$ есть натуральное число.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!