

Республиканская Олимпиада по Математике
Второй день, 3 марта 2019 года, VII-й класс
Схема оценивания

7.5 Найдите все целые числа x , такие, что числа $n = x^2 + 5x + 1$ и $m = x^2 + 3x + 7$ являются одновременно точными квадратами.		
Этапы решения со схемой распределения баллов		
Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1	Получил $x^2 + 3x + 7 = k^2 \Rightarrow (2x + 3 - 2k)(2x + 3 + 2k) = -19$	2б.
2	Решил систему $\begin{cases} 2x + 3 - 2k = -1 \\ 2x + 3 + 2k = 19 \end{cases}$ и получил $x = 3$.	2б.
3	Решил систему $\begin{cases} 2x + 3 - 2k = -19 \\ 2x + 3 + 2k = 1 \end{cases}$ и получил $x = -6$.	2б.
4	Установил, что для $x = 3$, выражение $x^2 + 5x + 1$ является полным квадратом, а для $x = -6$, выражение $x^2 + 5x + 1$ не является полным квадратом.	1б.
Общее количество баллов		7 баллов

Примечание: Любое другое правильное решение оценивается в 7 баллов.

7.6. Трое детей: Андрей, Пётр и Михаил имеет каждый по карточке. На каждой карточке написана одно число. Всем известно, что на карточках написаны попарно различные, ненулевые, натуральные числа, сумма которых равна 15. Андрей знает, что число на его карточке, наименьшее. Пётр знает, что число на его карточке, наибольшее, а Михаил знает, что число на его карточке не наименьшее и не наибольшее. Андрей говорит: “Я не могу определить какие числа написаны на ваших карточках”. Затем Пётр говорит: “Я также не могу определить какие числа написаны на ваших карточках”. В конце Михаил говорит: “Я сначала также не мог определить какие числа написаны на ваших карточках, но, после сказанного вами, я сейчас знаю какие числа написаны на ваших карточках”. Определите, какое число написано на карточке каждого мальчика.		
Этапы решения со схемой распределения баллов		
Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1	Указал что на трёх карточках могут быть написаны следующие комбинации чисел: (1,2,12), (1,3,11), (1,4,10), (1,5,9), (1,6,8), (2,3,10), (2,4,9), (2,5,8), (2,6,7), (3,4,8), (3,5,7), (4,5,6)	1р.
2	Обосновывает что на карточке Андрея не может быть написано число 4.	2р.
3	Обосновывает что на карточке Петра не могут быть написаны числа 11 и 12.	1р.
4	Обосновывает что на карточке Михаила написано число 3.	2р.

5	Вывод что на карточке Андрея написано число 2, а на карточке Петра - число 10.	1р.
	Общее количество баллов	7 баллов

Примечание: Любое другое правильное решение оценивается в 7 баллов.

<p>7.7. Задан треугольник ABC в котором $AB = AC$ și $m(\angle B) > 30^0$. Точка M расположена внутри треугольника таким образом, что $m(\angle MBC) = 30^0$ и $m(\angle MAB) = \frac{3}{4}m(\angle BAC)$. Определите $m(\angle AMC)$.</p>		
Этапы решения со схемой распределения баллов		
Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1	Построил биссектрису $(AD), D \in (BC)$.	2б.
2	Показал что AM и PM являются биссектрисами в треугольнике APC , где $\{P\} = AD \cap BM$.	3б.
3	Сделал вывод что CM - биссектриса в треугольнике APC .	1б.
4	Получил, что $m(\angle AMC) = 150^0$.	1б.
	Общее количество баллов	7 баллов

Примечание: Любое другое правильное решение оценивается в 7 баллов.

<p>7.8. Определите, сколько чисел \overline{ab} удовлетворяют одновременно следующие условия: а) \overline{ab} не делится на 37; б) число $\overline{ababab \dots ab}$, где \overline{ab} записано 2019 раз, делится на 37.</p>		
Этапы решения со схемой распределения баллов		
Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1	Установил, что $\overline{ab} \notin \{37; 74\}$.	1б.
2	Написал $\overline{ababab \dots ab} = \overline{ab} \cdot (10^{4036} + 10^{4034} + 10^{4032} + \dots + 10 + 1)$	2б.
3	Получил $10^{4036} + 10^{4034} + 10^{4032} + \dots + 10 + 1 = 10101 \cdot (1 + 10^6 + 10^{12} + \dots + 10^{4032})$	2б.
4	Установил, что сă $\overline{ababab \dots ab} : 37$, для любых \overline{ab} .	1б.
5	Stabilirea că există 88 de numere care verifică condițiile problemei. Установил, что существует 88 чисел, удовлетворяющих условию задачи.	1б.
	Общее количество баллов	7 баллов

Примечание: Любое другое правильное решение оценивается в 7 баллов.