

## Olimpiada Republicană la Matematică

A doua zi, 3 martie 2019, Clasa a VII-a

7.5. Determinați numerele întregi  $x$ , pentru care numerele  $n = x^2 + 5x + 1$  și  $m = x^2 + 3x + 7$  sunt simultan pătrate perfecte.

7.6. Trei copii: Andrei, Petru și Mihai, au fiecare câte un cartonaș. Pe fiecare cartonaș este scris câte un număr. Toți știu că pe cartonașe sunt numere naturale nenule, distincte două câte două, suma cărora este egală cu 15. Andrei știe că numărul scris pe cartonașul său este cel mai mic. Petru știe că numărul scris pe cartonașul său este cel mai mare, iar Mihai știe că numărul scris pe cartonașul său nu este nici cel mai mic, nici cel mai mare. Andrei spune: *“Eu nu pot să determin ce numere sunt scrise pe cartonașele voastre”*. După care Petru spune: *“Eu, la fel, nu pot să determin ce numere sunt scrise pe cartonașele voastre”*. În final, Mihai spune: *“La început nici eu nu puteam să determin ce numere sunt scrise pe cartonașele voastre, dar după cele enunțate de voi, eu acum știu ce numere aveți scrise pe cartonașe”*. Determinați ce număr este scris pe cartonașul fiecărui băiat.

7.7. Fie triunghiul  $ABC$  cu  $AB = AC$  și  $m(\angle B) > 30^\circ$ . În interiorul triunghiului considerăm un punct  $M$  astfel încât  $m(\angle MBC) = 30^\circ$  și  $m(\angle MAB) = \frac{3}{4}m(\angle BAC)$ . Determinați  $m(\angle AMC)$ .

7.8. Determinați câte numere de două cifre  $\overline{ab}$ , verifică simultan următoarele condiții:

a)  $\overline{ab}$  nu este divizibil cu 37;

b) numărul  $\overline{ababab \dots ab}$ , unde  $\overline{ab}$  apare de 2019 ori, este divizibil cu 37.

**Timp de lucru: 240 minute.**

**Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte.      MULT SUCCES !**