

Республиканская Олимпиада по Математике
Второй день, 3 марта 2019 года, VII-й класс

7.5. Найдите все целые числа x , такие, что числа $n = x^2 + 5x + 1$ и $m = x^2 + 3x + 7$ являются одновременно точными квадратами.

7.6. Трое детей: Андрей, Пётр и Михаил имеют каждый по карточке. На каждой карточке написано одно число. Всем известно, что на карточках написаны попарно различные, ненулевые, натуральные числа, сумма которых равна 15. Андрей знает, что число на его карточке наименьшее. Пётр знает, что число на его карточке наибольшее, а Михаил знает, что число на его карточке не наименьшее и не наибольшее. Андрей говорит: “Я не могу определить, какие числа написаны на ваших карточках”. Затем Пётр говорит: “Я также не могу определить, какие числа написаны на ваших карточках”. В конце Михаил говорит: “Я сначала также не мог определить, какие числа написаны на ваших карточках, но, после сказанного вами, я сейчас знаю какие числа написаны на ваших карточках”. Определите, какое число написано на карточке каждого мальчика.

7.7. Задан треугольник ABC в котором $AB = AC$ и $m(\angle B) > 30^\circ$. Точка M расположена внутри треугольника таким образом, что $m(\angle MBC) = 30^\circ$ и $m(\angle MAB) = \frac{3}{4}m(\angle BAC)$. Определите $m(\angle AMC)$.

7.8. Определите, сколько чисел \overline{ab} удовлетворяют одновременно следующим условиям:

а) \overline{ab} не делится на 37;

б) число $\overline{ababab \dots ab}$, где \overline{ab} записано 2019 раз, делится на 37.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!