A 63-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 01 martie 2019 – 04 martie 2019

Prima zi, 2 martie 2019. Clasa a VIII–a

Barem de evaluare

8.1 Determinați toate numerele naturale de forma $\overline{abcd}$ care sunt divizibile cu 3 și satisfac simultan condițiile: $a+b+d=11$, $a+c+d=12$, $b+c+d=10$.

Etape ale rezolvării cu barem de evaluare

Pasul	Etape ale rezolvării	Punctaj acordat
1	A dedus, că suma tuturor cifrelor se divide cu 3: $(a+b+c+d)\vdots 3$ și că: $(a+b+c)\vdots 3$	1 punct
2	A dedus, că $d\vdots 3$ și că d este cifră impară, deci $d\in\{3; 9\}$	2 puncte
3	Pentru d=3 a dedus, că c=4	1 punct
4	Pentru d=3 și c=4 a dedus, că b=3 și a=5 și $\overline{abcd}=5343$	1 punct
5	Folosind ipoteza a dedus că pentru d=9 se obține $c=1$	1 punct
6	Folosind ipoteza a dedus că $b=0$ și $a=2$ și a determinat numărul $\overline{abcd}=2019$	1 punct
	Punctaj total	7 puncte

Remarcă: *Oricare altă rezolvare corectă se apreciază cu 7 puncte.*

***A* 63-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA**

Chișinău, 01 martie 2019 – 04 martie 2019

Prima zi, 2 martie 2019. Clasa a VIII–a

Barem de evaluare

8.2 . Demonstrați că numărul $A=2^{2020}+2^{1013}+2^{1010}-2^{508}+9$ se divide (se împarte) la numărul $B=2^{1010}-2^{505}+1$.

Etape ale rezolvării cu barem de evaluare

Pasul	Etape ale rezolvării	Punctaj acordat
1	A grupat termenii lui A: $A=(2^{2020}+2^{1010}+1)+(2^{1013}-2^{508}+8)$	1 punct
2	A obținut $A=(2^{2020}+2\cdot 2^{1010}+1-2^{1010})+8\cdot(2^{1010}-2^{505}+1)$	2 puncte
3	A obținut $A=(2^{1010}+1)^2-(2^{505})^2+8\cdot(2^{1010}-2^{505}+1)$	1 punct
4	A descompus A în factori și a obținut $A=(2^{1010}-2^{505}+1)\cdot(2^{1010}+2^{505}+9)$	2 puncte
5	A concluzionat $A=B\cdot(2^{1010}+2^{505}+9)\Rightarrow A\vdots B$	1 punct
	Punctaj total	7 puncte

Remarcă: *Oricare altă rezolvare corectă se apreciază cu 7 puncte.*

A 63-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA
Chișinău, 01 martie 2019 – 04 martie 2019

Prima zi, 2 martie 2019. Clasa a VIII–a

Barem de evaluare

8.3 Este dat triunghiul dreptunghic *ABC* cu $m(\angle A)=90^\circ$. Bisectoarea unghiului *ABC* intersectează mediatoarea laturii $[AC]$ în punctul *D*, situat în exteriorul triunghiului *ABC*. Demonstrați că ΔBDC este dreptunghic.

Etape ale rezolvării cu barem de evaluare

Pasul	Etape ale rezolvării	Punctaj acordat
1	Desen corect	1 punct
2	Folosind definiția mediatoarei *DM* a laturii $[AC]$ a concluzionat, că *AM=MC* și $DM \perp AC$	1 punct
3	A demonstrat, că $m(\angle CMO)=90^\circ$ și $DM \parallel AB$ sau $MO \parallel AB$.	1 punct
4	A aplicat teorema luiThales și a dedus, că punctul O este mijlocul segmentului (ipotenuzei) [*BC*] (sau a argumentat, că [*MO*] este linie mijlocie în ΔBAC)	2 puncte
5	A demonstrat, că ΔBOD este isoscel cu *BO=DO*	1 punct
6	A demonstrat, că ΔBDC este dreptunghic în *D*	1 punct
	Punctaj total	7 puncte

Remarcă: *Oricare altă rezolvare corectă se apreciază cu 7 puncte.*

A 63-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA
Chișinău, 01 martie 2019 – 04 martie 2019

Prima zi, 2 martie 2019. Clasa a VIII–a

Barem de evaluare

8.4 Aflați toate perechile de numere reale (*x*, *y*) care satisfac egalitatea $13(x^2+y^2)=4(6xy+40x-35y-125)$.

Etape ale rezolvării cu barem de evaluare

Pasul	Etape ale rezolvării	Punctaj acordat
1	A scris egalitatea $13x^2+13y^2-24xy-160x+140y+500=0$	1 punct
2	A grupat termenii şi a obţinut $4x^2+9y^2+100-12xy-40x+60y+9x^2+4y^2+400-12xy-120x+80y=0$	1 punct
3	A reprezentat membrul stâng ca suma a două pătrate: $(2x-3y-10)^2+(3x-2y-20)^2=0$	2 puncte
4	A obţinut sistemul de ecuaţii	1 punct
5	A rezolvat sistemul de ecuaţii, a obţinut *x*=8 şi *y*=2 și a scris răspunsul corect: (*x*, *y*)=(8, 2)	2 puncte
	Punctaj total	7 puncte

Remarcă: Oricare altă rezolvare corectă se apreciază cu 7 puncte.