63-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА
Кишинэу, 01 марта – 04 марта 2019

Первый день, 2 марта 2019 года. VIII-й класс

Схема оценивания

8.1. Найдите все натуральные числа вида $\overline{abcd}$, которые делятся на 3 и удовлетворяют одновременно условиям: $a+b+d=11,\ a+c+d=12,\ b+c+d=10$.

Этапы решения со схемой распределения баллов

Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1	Определил, что сумма всех цифр делится на 3: $(a+b+c+d)\vdots 3$ и $(a+b+c)\vdots 3$	1 бал
2	Определил, что: из $(a+b+c)\vdots 3$ следует $d\vdots 3$ и что $d\in\{3;9\}$	2 балла
3	Используя условия задачи вывел, что при $d=3$ получаем $c=4$	1 бал
4	Используя условия задачи определил, что $b=3$ и $a=5$ и определил число $\overline{abcd}=5343$	1 бал
5	Используя условие задачи определил, что для d=9 имеем $c=1$	1 бал
6	Используя условия задачи определил, что $b=0$ и $a=2$ и определил число $\overline{abcd}=2019$	1 бал
	Общее количество баллов	7 баллов

Примечание: *Любое другое правильное решение оценивается в 7 баллов.*

63-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА
Кишинэу, 01 марта – 04 марта 2019

Первый день, 2 марта 2019 года. VIII-й класс

Схема оценивания

8.2. Докажите, что число $A=2^{2020}+2^{1013}+2^{1010}-2^{508}+9$ делится на число $B=2^{1010}-2^{505}+1$.

Этапы решения со схемой распределения баллов

Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1	Сгруппировал слагаемые числа A: $A=(2^{2020}+2^{1010}+1)+(2^{1013}-2^{508}+8)$	1 бал
2	Получил $A=(2^{2020}+2\cdot 2^{1010}+1-2^{1010})+8\cdot(2^{1010}-2^{505}+1)$	2 балла
3	Получил $A=(2^{1010}+1)^2-(2^{505})^2+8\cdot(2^{1010}-2^{505}+1)$	1 бал
4	Разложил на множители число A и получил $A=(2^{1010}-2^{505}+1)\cdot(2^{1010}+2^{505}+9)$	2 балла
5	Сделал вывод: $A=B\cdot(2^{1010}+2^{505}+9)+0\Rightarrow A\vdots B$	1 бал
	Общее количество баллов	7 баллов

63-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА
Кишинэу, 01 марта – 04 марта 2019

Первый день, 2 марта 2019 года. VIII-й класс

Схема оценивания

8.3. Задан прямоугольный треугольник ABC, где $m(\angle A) = 90^\circ$. Биссектриса угла ABC пересекает серединный перпендикуляр стороны $[AC]$ в точке D, расположенной вне треугольника ABC. Докажите, что ΔBDC является прямоугольным.		
Этапы решения со схемой распределения баллов		
Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1	Правильный рисунок	1 бал
2	Используя определение серединного перпендикуляра DM стороны $[AC]$ вывел, что $AM=MC$ и $DM \perp AC$	1 бал
3	Доказал, что $m(\angle CMO) = 90^\circ$, где $DM \cap BC = \{O\}$ и $DM \parallel AB$ или $MO \parallel AB$	1 бал
4	Применил теорему Талеса и вывел, что точка O является серединой отрезка $[BC]$	2 балла
5	Доказал, что ΔBOD равнобедренный и $BO=DO$	1 бал
6	Доказал, что ΔBDC является прямоугольным в D	1 бал
	Общее количество баллов	7 баллов

Примечание: *Любое другое правильное решение оценивается в 7 баллов.*

63-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА
Кишинэу, 01 марта – 04 марта 2019

Первый день, 2 марта 2019 года. VIII-й класс

Схема оценивания

8.4. Найдите все пары действительных чисел (x, y), удовлетворяющие равенству $13(x^2+y^2) = 4(6xy + 40x - 35y - 125)$.		
Этапы решения со схемой распределения баллов		
Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1	Написал равенство: $13x^2 + 13y^2 - 24xy - 160x + 140y + 500 = 0$	1 бал
2	Сгруппировал слагаемые и получил $4x^2 + 9y^2 + 100 - 12xy - 40x + 60y + 9x^2 + 4y^2 + 400 - 12xy - 120x + 80y = 0$	1 бал
3	Представил левую часть равенства в виде суммы двух квадратов: $(2x-3y-10)^2 + (3x-2y-20)^2 = 0$	2 балла
4	Написал систему уравнений	1 бал
5	Решил систему уравнений и получил x=8 и y=2 и написал правильный ответ: (x, y)=(8, 2)	2 балла
	Общее количество баллов	7 баллов

Примечание: *Любое другое правильное решение оценивается в 7 баллов.*