***A 63-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA***
***Chişinău, 01 martie 2019 – 04 martie 2019***

## A doua zi, 3 martie 2019, Clasa a VIII–a

**8.5.** Aflați numerele naturale nenule $x, y, z$, ştiind că $\frac{x^3}{x+26} = \frac{y}{y+25} = \frac{z^2}{z+12}$.

**8.6.** Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a, b \in R^*$. Dacă $m, n$ sunt numere naturale distincte astfel încât $n > 2, m > 2, f(1) + f(2) + \dots + f(m) = -n$ şi $f(1) + f(2) + \dots + f(n) = -m$, calculați
$$\frac{f(1)+f(2)+\dots+f(m+n)}{m+n}.$$

**8.7.** Fie triunghiul isoscel $ABC$ $(CA = CB)$, în care sunt construite înălțimea $CD, D \in (AC)$, şi perpendiculara $DE$ la latura laterală $BC, E \in (BC)$. Punctul $M$ este mijlocul segmentului $DE$. Demonstrați, că $AE \perp CM$.

**8.8.** Fie $a, b, c$ numere reale pozitive astfel încât $a + b + c = 1$. Demonstrați inegalitatea
$$\sqrt{a + bc} + \sqrt{b + ca} + \sqrt{c + ab} \leq 2.$$
Aflați numerele $a, b, c$ pentru care are loc egalitatea.

**Timp de lucru: 240 minute.**

**Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte.** **MULT SUCCES !**