

63-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 1 – 4 марта 2019

IX класс, первый день

9.1. Действительные числа x, y, z удовлетворяют условиям $x - 2y + z = 2$ и $x + y - 2z = 5$. Найти эти числа так, чтобы значение выражения $E = xy + yz + xz$ было наименьшим; найти это значение.

9.2. Доказать, что любые действительные числа a и b удовлетворяют неравенству

$$\sqrt{(a-3)^2 + b^2} + \sqrt{a^2 + (b-4)^2} \geq 5.$$

Когда выполнено равенство?

9.3. В квадрате $ABCD$ точки E и F принадлежат сторонам (AD) и (DC) соответственно. Диагональ AC пересекает BE и BF в точках H и G соответственно. Если $m(\angle EBF) = 45^\circ$, а $EG \cap HF = \{O\}$, доказать, что прямые BO и EF перпендикулярны.

9.4. Найти все значения действительного параметра a , для которых все корни уравнения

$$x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 4ax - a^2 = 0$$

действительны. Для найденных значений a решить уравнение.

Время выполнения – 4 астрономических часа

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!