A 63-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA
Chişinău, 1 – 4 martie, 2019
$\mathcal{CLASA}$ IX-a, ziua a doua

9.5. Să se demonstreze, că
$$\frac{1}{3!}+\frac{5}{4!}+\frac{11}{5!}+\ldots+\frac{n^2+n-1}{(n+2)!}<\frac{1}{2},$$
oricare ar fi numărul natural n. Cu $n!$ (se citeşte n factorial) se notează produsul primelor n numere naturale nenule: $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot\ \ldots\ \cdot n$.

9.6. Să se afle toate perechile (x,y) de numere naturale, care satisfac ecuaţia $x^2-6xy+8y^2+5y-5=0$.

9.7. Fie a şi b două drepte paralele. Cercul Ω este tangent la dreapta a în punctul A şi intersectează dreapta b în punctele distincte B şi C. Punctul T este situat pe dreapta a. Dreptele BT şi CT intersectează din nou cercul Ω în punctele M şi, respectiv, N. Să se arate, că dreapta MN înjumătăţeşte segmentul $[AT]$.

9.8. Din mulţimea $\{1,2,3,\ \ldots,\ n\}$ se aleg 9 numere, distincte două câte două, care se scriu în celulele unui tabel 3×3 astfel, încât produsele numerelor din fiecare linie, coloană şi diagonale să fie egale. Să se determine cea mai mică valoare a lui n, pentru care un asemenea tabel există.

Timp alocat – 4 ore astronomice
Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte MULT SUCCES!