63-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 1 – 4 марта 2019

IX класс, второй день

9.5. Доказать, что
$$\frac{1}{3!}+\frac{5}{4!}+\frac{11}{5!}+\ \ldots\ +\frac{n^2+n-1}{(n+2)!}<\frac{1}{2},$$
для любого натурального числа n. Через $n!$ (читается n факториал) обозначается произведение первых n натуральных ненулевых чисел: $n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot\ \ldots\ \cdot n$.

9.6. Найти все пары (x, y) натуральных чисел, которые удовлетворяют уравнению
$$x^2-6xy+8y^2+5y-5=0.$$

9.7. Пусть a и b две параллельные прямые. Окружность Ω касается прямой a в точке A и пересекает прямую b в различных точках B и C. Точка T расположена на прямой a. Прямые BT и CT пересекают вновь окружность Ω в точках M и N соответственно. Показать, что прямая MN делит отрезок $[AT]$ пополам.

9.8. Из множества $\{1, 2, 3,\ \ldots,\ n\}$ выбирают 9 попарно различных чисел, которых вписывают в клетках таблицы 3×3 так, что произведения чисел в каждой строке, столбце и диагоналях равны. Найти наименьшее значение n, для которого такая таблица существует.

Время выполнения – 4 астрономических часа

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов

Желаем успехов!