

**Республиканская Олимпиада по Математике
первый день, 29 февраля 2020, XI–й класс**

11.1. Для каких действительных значений параметра a график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 14x^2 + ax$$

имеет ось симметрии, параллельную прямой $x = 0$?

11.2. Задана последовательность $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ такая, что $a_1 = 1$ и

$$a_{m+n} + a_{m-n} = \frac{1}{2}(a_{2m} + a_{2n}), \quad \forall m \geq n \geq 0.$$

Найти a_{2020} .

11.3. Для каких действительных значений параметра α уравнение $\sin 3x = \alpha \sin x + (4 - 2|\alpha|)\sin^2 x$ имеет то же множество действительных решений, что и уравнение $\sin 3x + \cos 2x = 1 + 2 \sin x \cos 2x$?

11.4. Пусть в тетраэдре пересекаются два отрезка, которые соединяют концы некоторого ребра с центрами окружностей, вписанных в противоположные этим концам грани. Доказать, что тогда два отрезка, которые соединяют концы ребра, скрещивающегося с исходным ребром, с центрами окружностей, вписанных в оставшиеся две противоположные грани, также пересекаются.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

Успехов !

**Республиканская Олимпиада по Математике
первый день, 29 февраля 2020, XI–й класс**

11.1. Для каких действительных значений параметра a график функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 14x^2 + ax$$

имеет ось симметрии, параллельную прямой $x = 0$?

11.2. Задана последовательность $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ такая, что $a_1 = 1$ и

$$a_{m+n} + a_{m-n} = \frac{1}{2}(a_{2m} + a_{2n}), \quad \forall m \geq n \geq 0.$$

Найти a_{2020} .

11.3. Для каких действительных значений параметра α уравнение $\sin 3x = \alpha \sin x + (4 - 2|\alpha|)\sin^2 x$ имеет то же множество действительных решений, что и уравнение $\sin 3x + \cos 2x = 1 + 2 \sin x \cos 2x$?

11.4. Пусть в тетраэдре пересекаются два отрезка, которые соединяют концы некоторого ребра с центрами окружностей, вписанных в противоположные этим концам грани. Доказать, что тогда два отрезка, которые соединяют концы ребра, скрещивающегося с исходным ребром, с центрами окружностей, вписанных в оставшиеся две противоположные грани, также пересекаются.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

Успехов !