

Olimpiada Republicană la Matematică

Ziua a doua, 1 martie 2020, Clasa a XII-a

12.5. Fie funcția continuă $f: (1; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt[4]{(x-1)^3(x+1)^5}}$. Determinați primitivalele $F: (1; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ale funcției f .

12.6. Fie paralelipipedul $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, în care $m(\angle A_1 A D) = m(\angle A_1 A B) = m(\angle D A B) = 60^\circ$, iar $C_1 A_1 = \sqrt{7}$ cm, $C_1 B = \sqrt{13}$ cm, $C_1 D = \sqrt{19}$ cm. Determinați distanța de la punctul A la planul $A_1 B D$.

12.7. Fie numerele complexe z_1, z_2, z_3 , astfel încât $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ și $z_1 z_2 z_3 \neq -1$.

Arătați că

$$w = \frac{z_1 + z_2 + z_3 + z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3}{1 + z_1 z_2 z_3}$$

este un număr real.

12.8. Determinați funcțiile continue $f: \left[\frac{1}{e^2}; e^2\right] \rightarrow \mathbb{R}$, pentru care

$$\int_{-2}^2 \frac{1}{\sqrt{1+e^x}} f(e^{-x}) dx - \int_{-2}^2 f^2(e^x) dx = \frac{1}{2}.$$

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !

Olimpiada Republicană la Matematică

Ziua a doua, 1 martie 2020, Clasa a XII-a

12.5. Fie funcția continuă $f: (1; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt[4]{(x-1)^3(x+1)^5}}$. Determinați primitivalele $F: (1; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ale funcției f .

12.6. Fie paralelipipedul $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, în care $m(\angle A_1 A D) = m(\angle A_1 A B) = m(\angle D A B) = 60^\circ$, iar $C_1 A_1 = \sqrt{7}$ cm, $C_1 B = \sqrt{13}$ cm, $C_1 D = \sqrt{19}$ cm. Determinați distanța de la punctul A la planul $A_1 B D$.

12.7. Fie numerele complexe z_1, z_2, z_3 , astfel încât $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ și $z_1 z_2 z_3 \neq -1$.

Arătați că

$$w = \frac{z_1 + z_2 + z_3 + z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3}{1 + z_1 z_2 z_3}$$

este un număr real.

12.8. Determinați funcțiile continue $f: \left[\frac{1}{e^2}; e^2\right] \rightarrow \mathbb{R}$, pentru care

$$\int_{-2}^2 \frac{1}{\sqrt{1+e^x}} f(e^{-x}) dx - \int_{-2}^2 f^2(e^x) dx = \frac{1}{2}.$$

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !