

# Olimpiada Republicană la Matematică

Prima zi, 29 februarie 2020, Clasa a VII-a

7.1. Pe un vapor s-au întâlnit 100 de persoane, fiecare fiind cetățean al unuia dintre orașele  $A$ ,  $B$  sau  $C$ . Fiecare cetățean al orașului  $A$  întotdeauna spune adevărul, fiecare cetățean al orașului  $B$  întotdeauna minte, iar fiecare cetățean al orașului  $C$  după orice minciună spune un adevăr, iar după fiecare adevăr spune o minciună, dar nu se știe cu ce începe. Căpitanul vaporului, dorind să afle câți cetățeni sunt din fiecare oraș, le-a adresat tuturor celor 100 de persoane trei întrebări. La prima întrebare "Sunteți din orașul  $A$ ?" au răspuns afirmativ 60 de persoane. La a doua întrebare "Sunteți din orașul  $C$ ?" au răspuns afirmativ 45 de persoane, iar la a treia întrebare "Sunteți din orașul  $B$ ?" au răspuns afirmativ 37 de persoane. Determinați numărul de cetățeni din fiecare oraș și câte persoane din orașul  $C$  au spus adevărul, răspunzând la prima întrebare.

7.2. Fie triunghiul  $ABC$  cu înălțimile  $BE$  și  $CF$ ,  $E \in (AC)$ ,  $F \in (AB)$ . Punctul  $P$  aparține segmentului  $(BE)$  astfel încât  $BP = AC$ , iar punctul  $Q$  aparține prelungirii segmentului  $(CF)$ , astfel încât  $F \in (CQ)$  și  $CQ = AB$ . Determinați măsura unghiului  $QAP$ .

7.3. Determinați toate cifrele  $(a, b, c, m, n)$  pentru care  $\overline{0, (abc)} \cdot \overline{3, (mn)} = 3$ .

7.4. Determinați toate numerele prime  $(a, b, c)$ , știind că:

$$\frac{2a + 4b - c + 7}{a + 3b + c + 2} = \frac{5a + b + 3c - 22}{a - 2b + 2c + 30} = \frac{c - 3b - 6a - 14}{3b + 3c - 90}.$$

**Timp de lucru: 240 minute.**

**Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !**

# Olimpiada Republicană la Matematică

Prima zi, 29 februarie 2020, Clasa a VII-a

7.1. Pe un vapor s-au întâlnit 100 de persoane, fiecare fiind cetățean al unuia dintre orașele  $A$ ,  $B$  sau  $C$ . Fiecare cetățean al orașului  $A$  întotdeauna spune adevărul, fiecare cetățean al orașului  $B$  întotdeauna minte, iar fiecare cetățean al orașului  $C$  după orice minciună spune un adevăr, iar după fiecare adevăr spune o minciună, dar nu se știe cu ce începe. Căpitanul vaporului, dorind să afle câți cetățeni sunt din fiecare oraș, le-a adresat tuturor celor 100 de persoane trei întrebări. La prima întrebare "Sunteți din orașul  $A$ ?" au răspuns afirmativ 60 de persoane. La a doua întrebare "Sunteți din orașul  $C$ ?" au răspuns afirmativ 45 de persoane, iar la a treia întrebare "Sunteți din orașul  $B$ ?" au răspuns afirmativ 37 de persoane. Determinați numărul de cetățeni din fiecare oraș și câte persoane din orașul  $C$  au spus adevărul, răspunzând la prima întrebare.

7.2. Fie triunghiul  $ABC$  cu înălțimile  $BE$  și  $CF$ ,  $E \in (AC)$ ,  $F \in (AB)$ . Punctul  $P$  aparține segmentului  $(BE)$  astfel încât  $BP = AC$ , iar punctul  $Q$  aparține prelungirii segmentului  $(CF)$ , astfel încât  $F \in (CQ)$  și  $CQ = AB$ . Determinați măsura unghiului  $QAP$ .

7.3. Determinați toate cifrele  $(a, b, c, m, n)$  pentru care  $\overline{0, (abc)} \cdot \overline{3, (mn)} = 3$ .

7.4. Determinați toate numerele prime  $(a, b, c)$ , știind că:

$$\frac{2a + 4b - c + 7}{a + 3b + c + 2} = \frac{5a + b + 3c - 22}{a - 2b + 2c + 30} = \frac{c - 3b - 6a - 14}{3b + 3c - 90}.$$

**Timp de lucru: 240 minute.**

**Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !**

**Республиканская Олимпиада по Математике**  
**Первый день, 29 февраля 2020 года, VII-й класс**

7.1 Все 100 пассажиров, находящихся на некотором корабле, являются гражданами городов А, В или С. Каждый гражданин города А всегда говорит правду, каждый гражданин города В всегда говорит неправду, а каждый гражданин города С всегда после неправды говорит правду, а после правды говорит неправду, но неизвестно с чего начинается. Капитан, желая узнать сколько на корабле пассажиров из каждого из городов А, В, С, задал всем 100 пассажирам три вопроса. На первый вопрос «Вы из города А?» 60 человек ответили «Да». На второй вопрос «Вы из города С?» 45 человек ответили «Да», а на третий вопрос «Вы из города В?» 37 человек ответили «Да». Сколько граждан каждого из этих городов находится на корабле и сколько граждан города С сказали правду, отвечая на первый вопрос?

7.2 Задан треугольник  $ABC$ , где  $BE$  и  $CF$  являются высотами,  $E \in (AC), F \in (AB)$ . Точка  $P$  принадлежит отрезку  $(BE)$  таким образом, что  $BP = AC$ , а точка  $Q$  принадлежит продолжению отрезка  $(CF)$ , таким образом, что  $F \in (CQ)$  и  $CQ = AB$ . Определите величину угла  $QAP$ .

7.3 Найдите все цифры  $(a, b, c, m, n)$  для которых  $0, (\overline{abc}) \cdot 3, (\overline{mn}) = 3$ .

7.4 Найдите все простые числа  $(a, b, c)$ , для которых выполняется равенство:

$$\frac{2a + 4b - c + 7}{a + 3b + c + 2} = \frac{5a + b + 3c - 22}{a - 2b + 2c + 30} = \frac{c - 3b - 6a - 14}{3b + 3c - 90}.$$

**Время работы: 240 минут.**

**Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.**

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**

**Республиканская Олимпиада по Математике**  
**Первый день, 29 февраля 2020 года, VII-й класс**

7.1 Все 100 пассажиров, находящихся на некотором корабле, являются гражданами городов А, В или С. Каждый гражданин города А всегда говорит правду, каждый гражданин города В всегда говорит неправду, а каждый гражданин города С всегда после неправды говорит правду, а после правды говорит неправду, но неизвестно с чего начинается. Капитан, желая узнать сколько на корабле пассажиров из каждого из городов А, В, С, задал всем 100 пассажирам три вопроса. На первый вопрос «Вы из города А?» 60 человек ответили «Да». На второй вопрос «Вы из города С?» 45 человек ответили «Да», а на третий вопрос «Вы из города В?» 37 человек ответили «Да». Сколько граждан каждого из этих городов находится на корабле и сколько граждан города С сказали правду, отвечая на первый вопрос?

7.2 Задан треугольник  $ABC$ , где  $BE$  и  $CF$  являются высотами,  $E \in (AC), F \in (AB)$ . Точка  $P$  принадлежит отрезку  $(BE)$  таким образом, что  $BP = AC$ , а точка  $Q$  принадлежит продолжению отрезка  $(CF)$ , таким образом, что  $F \in (CQ)$  и  $CQ = AB$ . Определите величину угла  $QAP$ .

7.3 Найдите все цифры  $(a, b, c, m, n)$  для которых  $0, (\overline{abc}) \cdot 3, (\overline{mn}) = 3$ .

7.4 Найдите все простые числа  $(a, b, c)$ , для которых выполняется равенство:

$$\frac{2a + 4b - c + 7}{a + 3b + c + 2} = \frac{5a + b + 3c - 22}{a - 2b + 2c + 30} = \frac{c - 3b - 6a - 14}{3b + 3c - 90}.$$

**Время работы: 240 минут.**

**Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.**

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**