

Республиканская Олимпиада по Математике
Первый день, 29 февраля 2020 года, VIII-й класс

8.1. Алина пишет трехзначное число A . Затем она вычисляет сумму цифр и произведение цифр числа A , и складывает эти два числа. Может ли Алина получить в итоге исходное число A ? Аргументируйте ответ.

8.2. Решите в действительных числах уравнение: $(x^2 - x - 1)^2 - x^3 = 5$.

8.3. В остроугольном треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 . Докажите, что если длины перпендикуляров, опущенных из вершины B на прямые AA_1 и CC_1 равны, то треугольник ABC – равнобедренный.

8.4. Докажите, что для любых действительных положительных чисел a, b и c справедливо неравенство

$$\frac{a^2}{(a+b)(a+c)} + \frac{b^2}{(b+c)(b+a)} + \frac{c^2}{(c+a)(c+b)} \geq \frac{3}{4}.$$

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!

.....

Республиканская Олимпиада по Математике
Первый день, 29 февраля 2020 года, VIII-й класс

8.1. Алина пишет трехзначное число A . Затем она вычисляет сумму цифр и произведение цифр числа A , и складывает эти два числа. Может ли Алина получить в итоге исходное число A ? Аргументируйте ответ.

8.2. Решите в действительных числах уравнение: $(x^2 - x - 1)^2 - x^3 = 5$.

8.3. В остроугольном треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 . Докажите, что если длины перпендикуляров, опущенных из вершины B на прямые AA_1 и CC_1 равны, то треугольник ABC – равнобедренный.

8.4. Докажите, что для любых действительных положительных чисел a, b и c справедливо неравенство

$$\frac{a^2}{(a+b)(a+c)} + \frac{b^2}{(b+c)(b+a)} + \frac{c^2}{(c+a)(c+b)} \geq \frac{3}{4}.$$

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!