Республиканская Олимпиада по Математике
Второй день, 1 марта 2020 года, VIII -й класс
Схема оценивания

8.5. Пусть $E = 1! \cdot 3 - 2! \cdot 4 + 3! \cdot 5 - 4! \cdot 6 + \cdots - 2018! \cdot 2020 + 2019!$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$. Вычислите $E^{2020} + 2019$.		
Этапы решения со схемой распределения баллов		
Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1	Аргументирует, что $k!\,(k+2) = (k+1)! + k!$	2
2	Применяет данное тождество для $k = \overline{1, 2018}$	2
3	Получает $E = 1$	2
4	Вычисляет значение выражения $E^{2020} + 2019$	1
	Общее количество баллов	**7 баллов**

Примечание: *Любое другое правильное решение оценивается в 7 баллов.*

8.6. Пусть x и y действительные положительные числа. Найдите наименьшее значение выражения $$E(x,y) = 16 \cdot \frac{x^3}{y} + \frac{y^3}{x} - \sqrt{xy}.$$		
Этапы решения со схемой распределения баллов		
Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1	Применяет для слогаемых $16 \cdot \frac{x^3}{y}$ и $\frac{y^3}{x}$ неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим для двух положительных чисел	1
2	Получает $16 \cdot \frac{x^3}{y} + \frac{y^3}{x} \geq 8xy$	1
3	Аргументирует, что $E(x,y) \geq 8xy - \sqrt{xy} = 8\left(\sqrt{xy} - \frac{1}{16}\right)^2 - \frac{1}{32}$	1
4	Указывает: наименшее значение исходного выражения является $-\frac{1}{32}$ и достигается для $\sqrt{xy} = \frac{1}{16}$	1
5	Аргументирует, что возможные значения для x și y можно получить при решении системы: $\sqrt{xy} = \frac{1}{16}$, $16 \cdot \frac{x^3}{y} = \frac{y^3}{x}$ și $x > 0, y > 0$	1
6	Правильно решает систему и пишет ответ	2
	Общее количество баллов	**7 баллов**

Примечание: *Любое другое правильное решение оценивается в 7 баллов.*

8.7. Чему равна величина угла B треугольника ABC, если известно, что высоты, выходящие из A и C, пересекаются внутри треугольника и одна из них делится точкой пересечения на равные части, а другая – в отношении $2:1$, считая от вершины?		
Этапы решения со схемой распределения баллов		
Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1	Указывает $AA_1 \cap CC_1 = \{K\}$ и $AK = KA_1, CK = 2KC_1$	1
2	Обозначает точкой M середину отрезка CK и аргументирует, что $A_1M = CM = MK$	1
3	Аргументирует конгруентность треугольников KMA_1 и KC_1A	1
4	Получает $AC_1 = MA_1$.	1
5	Аргументирует, что треугольник KAC_1 является прямоугольным и равнобедренным	1
6	Получает $m(\angle KAC_1) = 45^\circ$	1
7	Аргументирует, что треугольник BA_1A является прямоугольным и равнобедренным и $m(\angle ABC) = 45^\circ$	1
	Общее количество баллов	**7 баллов**

Примечание: *Любое другое правильное решение оценивается в 7 баллов.*

8.8. Двое по очереди записывают натуральные числа от 1 до 25 в клетки таблицы 5×5, каждое число может быть записано только один раз. Если после заполнения всей таблицы сумма чисел в каком – нибудь столбце или в каком – нибудь строке равно 70, то выигрывает начинающий игру, в противном случае выигрывает его соперник. Кто выигрывает при правильной игре и какова стратегия выигрыша?		
Этапы решения со схемой распределения баллов		
Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1	Указывает, что начинающий первым ходом ставит в угол число 24	1
2	Разбивает все клетки на пары (см. рис. в решении)	1
3	Разбивает числа на 11 «хороших» пар с суммой 23 и одну плохую пару 23, 25	2
4	Первый ставит в оставшуюся клетку из пары, в каторой пошел второй, число, парное к числу, которое написал второй	1
5	Пишет правильный вывод: плохая пара одна, значит ее нет либо в строке, либо в столбце, содержащем 24	1
6	Показывает, что начинающий - выигрывает	1
	Общее количество баллов	**7 баллов**

Примечание: *Любое другое правильное решение оценивается в 7 баллов.*