

Республиканская Олимпиада по Математике Первый день, 29 февраля 2020 года, IX-й класс

9.1. Найти все натуральные числа n ($n > 1$), удовлетворяющие следующему условию: из множества чисел $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ можно удалить одно число так, чтобы среднее арифметическое чисел множества изменилось на $\frac{1}{2020}$. Для каждого такого числа n указать и удалённое число.

9.2. Окружность разделена 2020 точками на 2020 равных дуг. Пэкалэ утверждает, что может построить замкнутую ломанную линию с вершинами во всех этих точках так, чтобы любые два ее отрезка не были бы параллельными. Прав ли Пэкалэ?

9.3. Биссектрисы BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке O . Величина $\angle BOC$ равна 120° . Описанная окружность треугольника BC_1O пересекает сторону BC в точке D . Доказать, что $AD \perp B_1C_1$.

9.4. Доказать, что для любых положительных чисел a, b, c справедливо неравенство

$$\frac{a+b-2c}{b+c} + \frac{b+c-2a}{c+a} + \frac{c+a-2b}{a+b} \geq 0.$$

Когда выполнено равенство?

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!

Республиканская Олимпиада по Математике Первый день, 29 февраля 2020 года, IX-й класс

9.1. Найти все натуральные числа n ($n > 1$), удовлетворяющие следующему условию: из множества чисел $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ можно удалить одно число так, чтобы среднее арифметическое чисел множества изменилось на $\frac{1}{2020}$. Для каждого такого числа n указать и удалённое число.

9.2. Окружность разделена 2020 точками на 2020 равных дуг. Пэкалэ утверждает, что может построить замкнутую ломанную линию с вершинами во всех этих точках так, чтобы любые два ее отрезка не были бы параллельными. Прав ли Пэкалэ?

9.3. Биссектрисы BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке O . Величина $\angle BOC$ равна 120° . Описанная окружность треугольника BC_1O пересекает сторону BC в точке D . Доказать, что $AD \perp B_1C_1$.

9.4. Доказать, что для любых положительных чисел a, b, c справедливо неравенство

$$\frac{a+b-2c}{b+c} + \frac{b+c-2a}{c+a} + \frac{c+a-2b}{a+b} \geq 0.$$

Когда выполнено равенство?

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!