

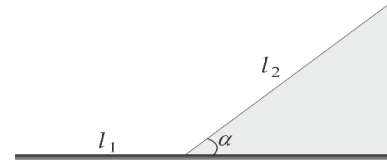
**OLIMPIADA LA FIZICĂ**  
 etapa raională/municipală/zonală, 21 februarie 2026, Clasa a X-a

**Problema 1**

**(10,0 p)**

La o testare a mașinilor de teren prin noroi au fost următoarele condiții ale terenului accidentat:

- Automobilul trebuie să urce până în vârful dealului;
- Coeficientul de frecare între anvelopele roților și noroi este  $\mu = 0,30$  și este același pe tot parcursul drumului;
- Lungimea pistei de accelerare  $l_1 = 10$  m;
- Lungimea dealului  $l_2 = 20$  m;
- Unghiul de înclinare a dealului este  $\alpha = 30^\circ$ .



- a) Care este viteza maximă obținută de automobil? **(4,5 p)**  
 b) Peste cât timp va obține el această viteză? **(0,5 p)**  
 c) Aflați valoarea minimă a coeficientului de frecare pe tot parcursul drumului, pentru ca automobilul să poată traversa tot traseul? **(5,0 p)**  
 Se va considera  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**Soluție:**

a) Viteza maximă este atinsă atunci când automobilul ajunge la baza planului înclinat, deoarece  $\mu < \text{tg}30^\circ$ . **(1,5 p)**

Pentru a determina această viteză, utilizăm formula lui Galilei pentru  $l_1$ :  $l_1 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$ . **(0,5 p)**

$$a = \mu g. \quad \text{(1,0 p)}$$

Întrucât  $v_0 = 0$ , pentru viteza maxima obținem

$$v = \sqrt{2l_1\mu g}. \quad \text{(1,0 p)}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,3 \cdot 10} = 7,75 \text{ m/s}. \quad \text{(0,5 p)}$$

b) Din definiția accelerației:  $a = \frac{v - v_0}{t}$  obținem timpul necesar pentru a atinge viteza maximă

$$t = \frac{v}{a} = \frac{v}{\mu g}; t = 2,6 \text{ s}. \quad \text{(0,5 p)}$$

c) Deoarece accelerația pe planul înclinat este orientată împotriva mișcării automobilului

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha); \quad \text{(1,5 p)}$$

Folosind aceeași formulă a lui Galilei pentru  $l_2$

$$l_2 = \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}. \quad \text{(1,5 p)}$$

Deoarece viteza maximă obținută la baza planului înclinat este viteză inițială pentru mișcarea pe pantă, obținem:

$$l_2 = \frac{2l_1\mu g}{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}, \quad \mu = \frac{l_2 \sin \alpha}{l_1 + l_2 \cos \alpha}, \quad \mu = 0,37. \quad (2,0 \text{ p})$$

**Problema 2**

(10,0 p)

Bila de masă  $m_1$ , mișcându-se cu viteza  $v$ , ciocnește elastic bila de masă  $m_2$ , aflată în repaus.

- a) Considerând  $m_1 = m_2$ , aflați
1. vitezele bilelor după o ciocnire centrală; (2 p)
  2. sub ce unghi una față de alta se vor mișca bilele după o ciocnire necentrală? (4 p)
- b) Aflați raportul  $m_1/m_2$ , pentru ca unghiurile de împrăștiere ale bilelor față de direcția inițială a bilei de masă  $m_1$  să fie  $\alpha_1 = \alpha_2 = 30^\circ$ . (4 p)

**Soluție:**

a) Presupunem că după ciocnire bila de masă  $m_1$  își va prelungi mișcarea în sens opus. Scriem legile conservării impulsului și energiei cinetice, considerând  $m_1 = m_2 = m$ .

$$mv = mv_2 - mv_1.$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}. \quad (0,5 \text{ p})$$

Din aceste ecuații obținem

$$v = v_2 - v_1.$$

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2, \quad (1) \quad (0,25 \text{ p})$$

sau  $v_2 = v - v_1$ . Introducem această ecuație în (1)

$$v^2 = v_1^2 + (v - v_1)^2. \quad (0,5 \text{ p})$$

$$v^2 = v_1^2 + v^2 + v_1^2 - 2vv_1 \quad (0,25 \text{ p})$$

$$2v_1^2 = 2vv_1$$

$$v_1 = v \quad (0,25 \text{ p})$$

$$v_2 = v - v_1 = 0. \quad (0,25 \text{ p})$$

După o ciocnire centrală elastică bilele fac schimb de viteze.

b) Conform teoremei cosinusurilor

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2. \quad (0,5 \text{ p})$$

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2 \cos \beta. \quad (0,5 \text{ p})$$

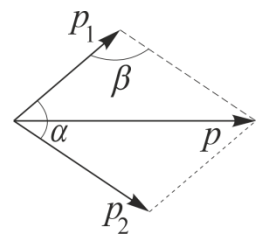
Considerând  $m_1 = m_2 = m$ , obținem

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \beta. \quad (2) \quad (0,5 \text{ p})$$

Egalăm părțile drepte în (1) și (2).

$$v_1^2 + v_2^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \beta. \quad (0,5 \text{ p})$$

$$2v_1v_2 \cos \beta = 0. \quad (0,5 \text{ p})$$



Deoarece  $v_1$  și  $v_2$ , nu pot fi egale cu zero, rezultă  $\cos \beta = 0$ , sau  $\beta = 90^\circ$  (1 p)

Dacă  $\beta = 90^\circ$ , atunci și  $\alpha = 90^\circ$  (0,5 p)

c) Scriem legea conservării energiei

$$\frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

Conform legii conservării impulsului, proiecția pe axa  $y$  a impulsului trebuie să fie egală cu zero.

Deci

$$m_1 v_1 = m_2 v_2. \quad (0,25 \text{ p})$$

Din proiecția pe axa  $x$  obținem

$$m_1 v = 2m_1 v_1 \cos \alpha.$$

$$\text{Notăm } k = \frac{m_1}{m_2}.$$

Din ultimele expresii obținem

$$k v^2 = k v_1^2 + v_2^2. \quad (3)$$

$$k v_1 = v_2. \quad (4)$$

$$v = 2v_1 \cos \alpha. \quad (5)$$

$$v^2 = v_1^2 + k v_1^2.$$

$$k = \frac{v^2 - v_1^2}{v_1^2} = \left(\frac{v}{v_1}\right)^2 - 1.$$

Introducem  $v_1$  din (5) în ultima expresie

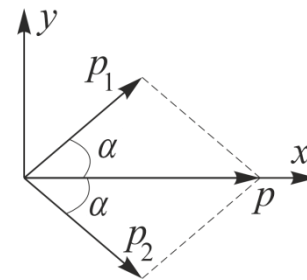
$$k = \left(\frac{2 \cos \alpha v}{v}\right)^2 - 1 = 4 \cos^2 \alpha - 1.$$

$$k = 4 \frac{3}{4} - 1 = 2. \quad (0,25 \text{ p})$$

(0,25 p)

(0,25 p)

(0,25 p)



(0,25 p)

(0,25 p)

(0,25 p)

### Problema 3

(10,0 p)

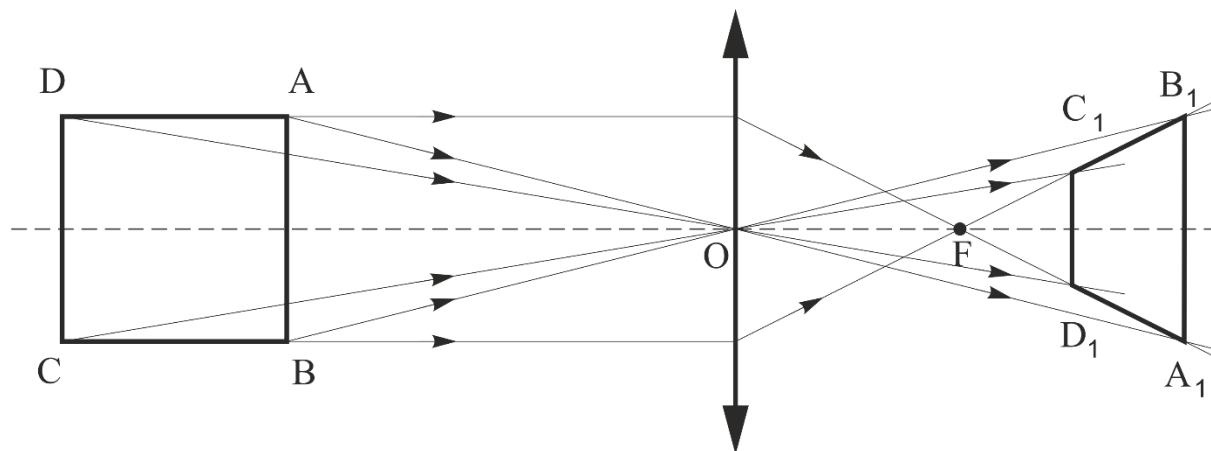
În fața unei lentile subțiri convergente cu distanța focală  $f = 21$  cm se află un pătrat cu latura  $a = f/10$ . Axa optică principală a lentilei este paralelă cu două laturi ale pătratului și trece prin centrul lui. Cea mai apropiată de lentilă latură a pătratului se află la distanța  $b = 3f$  de la lentilă.

a) Construiți imaginea pătratului în lentilă. (4 p)

b) Calculați aria imaginii pătratului. (6 p)

**Soluție:**

a)



Imaginea este un trapez dreptunghic. (4 p)

**b)** Notăm  $A_1B_1 = a_1$ ,  $C_1D_1 = a_2$ .

Conform formulei lentilei subțiri, pentru latura cea mai apropiată de lentilă, avem

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{b_1}, \quad (0,5 \text{ p})$$

unde  $b_1$  este distanța de la imaginea laturii până la lentilă.

$$b_1 = \frac{bf}{b-f}. \quad (0,5 \text{ p})$$

Analogic, pentru latura cea mai îndepărtată de lentilă

$$b_2 = \frac{(b+a)f}{b+a-f}. \quad (0,5 \text{ p})$$

Înălțimea trapezului este  $h = b_1 - b_2$ . (0,5 p)

Din asemănarea triunghiurilor  $OAB$  și  $OA_1B_1$  avem

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a}{b}, \quad a_1 = b_1 \frac{a}{b} = \frac{bf}{b-f} \cdot \frac{a}{b} = \frac{af}{b-f}. \quad (0,5 \text{ p})$$

Din asemănarea triunghiurilor  $OCD$  și  $OC_1D_1$  avem

$$\frac{a_2}{b_2} = \frac{a}{b+a}, \quad a_2 = b_2 \frac{a}{b+a} = \frac{(b+a)f}{b+a-f} \cdot \frac{a}{b+a} = \frac{af}{b+a-f}. \quad (0,5 \text{ p})$$

Aria trapezului este  $S = \frac{1}{2}(a_1 + a_2) \cdot h$ . (0,5 p)

$$S = \frac{1}{2} \left( \frac{af}{b-f} + \frac{af}{b+a-f} \right) \cdot \left( \frac{bf}{b-f} - \frac{(b+a)f}{b+a-f} \right). \quad (0,5 \text{ p})$$

$$S = \frac{1}{2} f^3 a^2 \frac{2b-2f+a}{(b-f)^2(b-f+a)^2}. \quad (0,5 \text{ p})$$

$$S = \frac{1}{2} f^3 \left( \frac{f}{10} \right)^2 \frac{6f - 2f + \frac{f}{10}}{(3f - f)^2 \left( 3f - f + \frac{f}{10} \right)^2} = \frac{1}{200} f^5 \frac{4f + \frac{f}{10}}{(2f)^2 \left( 2f + \frac{f}{10} \right)^2}. \quad (0,5 \text{ p})$$

$$S = \frac{1}{800} f^3 \frac{\frac{41}{10} f}{\left( \frac{21}{10} f \right)^2} = \frac{41}{80 \cdot (21)^2} f^2. \quad (0,5 \text{ p})$$

$$S = \frac{41}{80 \cdot 21^2} 21^2 = \frac{41}{80} \text{ cm}^2. \quad (0,5 \text{ p})$$