

OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ**05 martie 2022, Clasa a VII – a**

- 7.1.** Mihai a desenat pe tablă câteva triunghiuri dreptunghice, astfel încât oricare două triunghiuri nu au puncte comune. În fiecare dintre aceste triunghiuri, Mihai a trasat următoarele linii importante (segmente): toate bisectoarele, toate medianele și înălțimea dusă pe ipotenuză. Numărând, câte linii importante a trasat în total în toate triunghiurile, Mihai a obținut numărul 44. Determinați câte triunghiuri dreptunghice isoscele a desenat Mihai pe tablă.
- 7.2.** Fie triunghiul ABC cu unghiul obtuz ABC . Punctele D și E aparțin laturii AC , astfel încât $AD \equiv DE \equiv EC$, iar $BE \perp AB$ și $BD \perp BC$. Determinați lungimea laturii BC știind că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $(12 + 8\sqrt{3})$ cm, iar $\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.
- 7.3.** Numerele reale $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{2022}$ verifică relațiile $\frac{x_1}{1+x_1} = \frac{x_2}{2+x_2} = \frac{x_3}{3+x_3} = \dots = \frac{x_{2022}}{2022+x_{2022}}$ și $\frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2} + \frac{3}{x_3} + \dots + \frac{2022}{x_{2022}} = 1011$. Determinați valoarea expresiei $x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + \dots + x_{2021} - x_{2022}$.
- 7.4.** Determinați toate numerele naturale de patru cifre \overline{abcd} , astfel încât $\overline{abcd} = \overline{ab} + (\overline{cd})^2$. (Aici prin \overline{pqrs} și \overline{pq} se notează numerele scrise cu cifrele p, q, r, s și respectiv p, q , unde $p \neq 0$.)
- 7.5.** Demonstrați că pentru orice număr natural n , numărul $m = n^4 + 41n^2 + 443$, nu poate fi reprezentat ca suma a două numere prime.

Timp de lucru: 240 minute.**Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.****MULT SUCCESS!****OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ****05 martie 2022, Clasa a VII – a**

- 7.1.** Mihai a desenat pe tablă câteva triunghiuri dreptunghice, astfel încât oricare două triunghiuri nu au puncte comune. În fiecare dintre aceste triunghiuri, Mihai a trasat următoarele linii importante (segmente): toate bisectoarele, toate medianele și înălțimea dusă pe ipotenuză. Numărând, câte linii importante a trasat în total în toate triunghiurile, Mihai a obținut numărul 44. Determinați câte triunghiuri dreptunghice isoscele a desenat Mihai pe tablă.
- 7.2.** Fie triunghiul ABC cu unghiul obtuz ABC . Punctele D și E aparțin laturii AC , astfel încât $AD \equiv DE \equiv EC$, iar $BE \perp AB$ și $BD \perp BC$. Determinați lungimea laturii BC știind că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $(12 + 8\sqrt{3})$ cm, iar $\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.
- 7.3.** Numerele reale $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{2022}$ verifică relațiile $\frac{x_1}{1+x_1} = \frac{x_2}{2+x_2} = \frac{x_3}{3+x_3} = \dots = \frac{x_{2022}}{2022+x_{2022}}$ și $\frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2} + \frac{3}{x_3} + \dots + \frac{2022}{x_{2022}} = 1011$. Determinați valoarea expresiei $x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + \dots + x_{2021} - x_{2022}$.
- 7.4.** Determinați toate numerele naturale de patru cifre \overline{abcd} , astfel încât $\overline{abcd} = \overline{ab} + (\overline{cd})^2$. (Aici prin \overline{pqrs} și \overline{pq} se notează numerele scrise cu cifrele p, q, r, s și respectiv p, q , unde $p \neq 0$.)
- 7.5.** Demonstrați că pentru orice număr natural n , numărul $m = n^4 + 41n^2 + 443$, nu poate fi reprezentat ca suma a două numere prime.

Timp de lucru: 240 minute.**Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.****MULT SUCCESS!**