

**69-Я РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ**

Первый день, 28 февраля 2026 г., X класс

**СХЕМА ПРОВЕРКИ ТЕСТА**

**Примечание.** *Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.*

<b>10.1.</b> Дана функция $f : [0,1] \rightarrow \mathbf{R}$ для которой:		
а) $f\left(\frac{x+y}{2}\right) \leq f(x) + f(y)$ , для любых $x, y \in [0,1]$ ;		
б) $f(0) = f(1) = 0$ .		
Покажите, что функция $f$ имеет бесконечное количество нулей.		
Решение со схемой распределения баллов		
Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1.	Получение $f(x) \geq 0, \forall x \in [0,1]$ .	1 балл
2.	Получение $f\left(\frac{1}{2}\right) \leq f(0) + f(1)$ .	1 балл
3.	Получение $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ .	1 балл
4.	Получение $f\left(\frac{1}{2^2}\right) = 0$ .	1 балл
5.	Получение $f\left(\frac{1}{2^n}\right) = 0, \forall n \in \mathbf{N}$ .	2 балла
6.	Получение, что функция $f$ имеет бесконечное количество нулей на $[0,1]$ .	1 балл
Общее количество баллов		7 баллов

<b>10.2.</b> Покажите, что если $b = 2^{\frac{\log_2 2}{a}}$ и $c = 2^{\frac{\log_2 2}{b}}$ , тогда $a = 2^{\frac{\log_2 2}{c}}$ .		
Решение со схемой распределения баллов		
Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1.	Получение $\log_2 b = \frac{\log_2 2}{a}$ .	1 балл
2.	Получение $\log_2 b = \frac{1}{1 - \log_2 a}$ .	1 балл
3.	Получение, аналогичным образом, $\log_2 c = \frac{1}{1 - \log_2 b}$ .	1 балл
4.	Получение $\log_2 c = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \log_2 a}}$ .	1 балл
5.	Получение $\log_2 c = 1 - \frac{1}{\log_2 a}$ .	1 балл
6.	Получение $\log_2 a = \frac{1}{1 - \log_2 c}$ .	1 балл
7.	Получение $a = 2^{\frac{\log_2 2}{c}}$ .	1 балл
Общее количество баллов		7 баллов

**10.3.** В квадрате  $ABCD$  на стороне  $AB$  выбрана точка  $F$ , а на диагонали  $BD$  выбрана точка  $E$  так, что  $AF : FB = 2 : 1$  и  $m(\angle AFE) = 60^\circ$ . Найдите  $m(\angle DAE)$ .

Решение со схемой распределения баллов

Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1.	Построение $AI \perp EF, I \in EF$ .	1 балл
2.	Получение $FI = FB$ .	1 балл
3.	Получение $m(\angle FBI) = 30^\circ$ .	1 балл
4.	Получение $AI = BI$ .	1 балл
5.	Получение $m(\angle IEB) = 15^\circ$ .	1 балл
6.	Получение $BI = EI$ .	1 балл
7.	Получение $m(\angle DAE) = 15^\circ$ .	1 балл
Общее количество баллов		7 баллов

**10.4.** Найдите целую часть числа  $S = \sqrt{18} + \sqrt{19} + \sqrt{20} + \dots + \sqrt{32}$ .

Решение со схемой распределения баллов

Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1.	Получение $S = \sqrt{50 + 2\sqrt{576}} + \sqrt{50 + 2\sqrt{589}} + \sqrt{50 + 2\sqrt{600}} + \sqrt{50 + 2\sqrt{609}} + \sqrt{50 + 2\sqrt{616}} + \sqrt{50 + 2\sqrt{621}} + \sqrt{50 + 2\sqrt{624}} + 5$ .	2 балла
2.	Получение, что каждый член „корень” $S$ меньше 10.	1 балл
3.	Получение $S < 75$ .	1 балл
4.	Определение, что наименьший член „корень” $S$ является $\sqrt{98}$ .	1 балл
5.	Получение $\sqrt{98} > \frac{69}{7}$ .	1 балл
6.	Получение $S > 74$ и $[S] = 74$ .	1 балл
Общее количество баллов		7 баллов