A 69-A OLIMPIADĂ REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ
Prima zi, 28 februarie 2026, Clasa a X–a

10.1. Fie funcția $f:[0,1]\to\mathbf{R}$ pentru care:

a) $f\left(\dfrac{x+y}{2}\right)\le f(x)+f(y)$, pentru orice $x,y\in[0,1]$;

b) $f(0)=f(1)=0$.

Arătați că funcția f are o infinitate de zerouri.

10.2. Arătați că dacă $b=2^{\log_{\frac{2}{a}}2}$ și $c=2^{\log_{\frac{2}{b}}2}$, atunci $a=2^{\log_{\frac{2}{c}}2}$.

10.3. În pătratul *ABCD* pe latura *AB* se ia un punct *F*, iar pe diagonala *BD* se ia un punct *E*, astfel încât $AF:FB=2:1$ și $m(\angle AFE)=60^\circ$. Determinați $m(\angle DAE)$.

10.4. Determinați partea întreagă a numărului $S=\sqrt{18}+\sqrt{19}+\sqrt{20}+...+\sqrt{32}$.

Timp de lucru: 240 de minute.
Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !

A 69-A OLIMPIADĂ REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ
Prima zi, 28 februarie 2026, Clasa a X–a

10.1. Fie funcția $f:[0,1]\to\mathbf{R}$ pentru care:

a) $f\left(\dfrac{x+y}{2}\right)\le f(x)+f(y)$, pentru orice $x,y\in[0,1]$;

b) $f(0)=f(1)=0$.

Arătați că funcția f are o infinitate de zerouri.

10.2. Arătați că dacă $b=2^{\log_{\frac{2}{a}}2}$ și $c=2^{\log_{\frac{2}{b}}2}$, atunci $a=2^{\log_{\frac{2}{c}}2}$.

10.3. În pătratul *ABCD* pe latura *AB* se ia un punct *F*, iar pe diagonala *BD* se ia un punct *E*, astfel încât $AF:FB=2:1$ și $m(\angle AFE)=60^\circ$. Determinați $m(\angle DAE)$.

10.4. Determinați partea întreagă a numărului $S=\sqrt{18}+\sqrt{19}+\sqrt{20}+...+\sqrt{32}$.

Timp de lucru: 240 de minute.
Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !