

69-Я РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
Первый день, 28 февраля 2026 г., X класс

10.1. Дана функция $f : [0,1] \rightarrow \mathbf{R}$ для которой:

а) $f\left(\frac{x+y}{2}\right) \leq f(x) + f(y)$, для любых $x, y \in [0,1]$;

б) $f(0) = f(1) = 0$.

Покажите, что функция f имеет бесконечное количество нулей.

10.2. Покажите, что если $b = 2^{\frac{\log_2 2}{a}}$ и $c = 2^{\frac{\log_2 2}{b}}$, тогда $a = 2^{\frac{\log_2 2}{c}}$.

10.3. В квадрате $ABCD$ на стороне AB выбрана точка F , а на диагонали BD выбрана точка E так, что $AF : FB = 2 : 1$ и $m(\angle AFE) = 60^\circ$. Найдите $m(\angle DAE)$.

10.4. Найдите целую часть числа $S = \sqrt{18} + \sqrt{19} + \sqrt{20} + \dots + \sqrt{32}$.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение любой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!

69-Я РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
Первый день, 28 февраля 2026 г., X класс

10.1. Дана функция $f : [0,1] \rightarrow \mathbf{R}$ для которой:

а) $f\left(\frac{x+y}{2}\right) \leq f(x) + f(y)$, для любых $x, y \in [0,1]$;

б) $f(0) = f(1) = 0$.

Покажите, что функция f имеет бесконечное количество нулей.

10.2. Покажите, что если $b = 2^{\frac{\log_2 2}{a}}$ и $c = 2^{\frac{\log_2 2}{b}}$, тогда $a = 2^{\frac{\log_2 2}{c}}$.

10.3. В квадрате $ABCD$ на стороне AB выбрана точка F , а на диагонали BD выбрана точка E так, что $AF : FB = 2 : 1$ и $m(\angle AFE) = 60^\circ$. Найдите $m(\angle DAE)$.

10.4. Найдите целую часть числа $S = \sqrt{18} + \sqrt{19} + \sqrt{20} + \dots + \sqrt{32}$.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение любой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!