

A 69-a Olimpiada Republicană de Matematică

Prima zi, 28 februarie 2026, clasa a VII-a

Etape ale rezolvării

Remarcă. Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte.

7.1.

Pasul	Etape ale rezolvării	Punctaj acordat
1.	Demonstrația că $5 + \sqrt{24} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$.	2 puncte
2.	Demonstrația că $\sqrt{10} + \sqrt{14} + \sqrt{15} + \sqrt{21} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{7} + \sqrt{5}).$	2 puncte
3.	Reducerea fracției la o valoare numerică $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$.	1 punct
4.	Raționalizarea numitorului și obținerea răspunsului $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{2}$.	2 puncte

7.2.

Pasul	Etape ale rezolvării	Punctaj acordat
1.	Indicația că aria de culoare neagră, pentru $n = 5$, poate fi calculată prin scăderea și însumarea ariilor cercurilor mici.	1 punct
2.	Calcularea corectă ariei de culoare negru pentru $n = 5$.	1 punct
3.	Scrierea ariei de culoare negru pentru $n = 999$ ca sumă: $\pi(999^2 - 998^2 + 997^2 - 996^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1^2).$	1 punct
4.	Folosirea diferenței pătratelor și scrierea sumei ca $\pi(999 + 998 + 997 + 996 + \dots + 3 + 2 + 1).$	2 puncte
5.	Calcularea corectă sumei și obținerea răspunsului.	2 puncte

7.3.

Pasul	Etape ale rezolvării	Punctaj acordat
1.	(a) Un exemplu corect de 5 numere astfel încât produsele perechilor acestora dau 8 cifre diferite în cifre unităților.	2 puncte
2.	(b) O încercare de rezolvare a problemei luând în considerare divizibilitatea celor cinci numere originale (sau a produselor rezultate) cu 5.	2 puncte
3.	Demonstrația și concluzia completă.	3 puncte

7.4.

Pasul	Etape ale rezolvării	Punctaj acordat
1.	Un exemplu cum Tândală poate aranja animalele dacă are 21 de vaci și 19 iepuri. (Aranjamentele cu mai multe vaci pot primi 1 punct.)	2 puncte
2.	O indicație că, dacă Tândală are k iepuri, poate se face ca cel mult $k - 1$ rațe să se simtă în siguranță. Acest lucru se poate realiza prin aranjarea lor consecutivă, cu rațele între iepuri.	2 puncte
3.	Soluție completă la problemă și răspunsul corect.	3 puncte

69-я Республиканская Олимпиада по Математике

Первый день, 28 февраля 2026 г., VII класс

Схема проверки теста

Примечание. Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

7.1.

Шаг	Этапы решения	Кол-во баллов
1.	Доказательство, что $5 + \sqrt{24} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$.	2 балла
2.	Доказательство, что $\sqrt{10} + \sqrt{14} + \sqrt{15} + \sqrt{21} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{7} + \sqrt{5}).$	2 балла
3.	Сокращение дроби к числовому значению $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$.	1 балл
4.	Рационализация знаменателя и получение ответа $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{2}$.	2 балла

7.2.

Шаг	Этапы решения	Кол-во баллов
1.	Указание того, что площадь черного цвета для $n = 5$ можно вычислить через вычеты и суммирование площадей малых окружностей.	1 балл
2.	Правильное вычисление площади черного цвета для $n = 5$.	1 балл
3.	Запись площади черного цвета для $n = 999$ как сумму: $\pi(999^2 - 998^2 + 997^2 - 996^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1^2).$	1 балл
4.	Использование разницы квадратов и написание суммы в виде $\pi(999 + 998 + 997 + 996 + \dots + 3 + 2 + 1).$	2 балла
5.	Правильное вычисление суммы и получение ответа.	2 балла

7.3.

Шаг	Этапы решения	Кол-во баллов
1.	(а) Правильный пример из 5 чисел, вычисляя попарные произведения которых получаем 8 различных цифр в разряде единиц.	2 балла
2.	(б) Попытка решения рассматривая делимость изначальных пяти чисел (либо полученных произведений) на 5.	2 балла
3.	Полное доказательство и заключение.	3 балла

7.4.

Шаг	Этапы решения	Кол-во баллов
1.	Пример того, что Тындалэ может расставить животных, если у него будут 21 корова и 19 кроликов. (Расстановки, с большим количеством коров могут быть оценены 1 баллом.)	2 балла
2.	Указание того, что если у Тындалэ будут k кроликов, то он может обезопасить максимум $k - 1$ уток, и это можно достичь поставив их подряд идущими, поставив уток между кроликами.	2 балла
3.	Полное решение задачи и правильный ответ.	3 балла