

A 68-a Olimpiada Republicană de Matematică

A doua zi, 1 martie 2026, clasa a VII-a

7.5. Câțiva băieți și câteva fete au participat la o competiție sportivă pentru copii. Numărul total de participanți nu a depășit 70. Greutatea medie a băieților a fost de 52 kg, a fetelor de 32 kg, iar greutatea medie a tuturor participanților la competiție a fost de 40,5 kg. Câți băieți și câte fete au participat la competiție?

7.6. Se dau numere reale pozitive $x < y$, care satisfac condiția: $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 7$.

(a) Între care două numere întregi consecutive se află numărul $\frac{y}{x}$?

(b) Determinați valoarea numerică a expresiei $\left(\frac{x-y}{x+y}\right)^3$ și exprimați-o printr-o fracție numerică simplă.

7.7. Irina și Olga stau la capetele opuse ale unei piste de alergare drepte. Luând startul în același timp, ele trebuie să parcurgă distanța tur-retur fara opriri. Ele se întâlnesc pentru prima dată după ce Irina a alergat 100 de metri. Următoarea întâlnire are loc după ce Olga a alergat 150 de metri după prima întâlnire. Fiecare fată aleargă cu o viteză constantă. Determinați lungimea pistei de alergare.

7.8. În patrulaterul $ABCD$, laturile AB și CD sunt paralele între ele. Punctul P se află pe segmentul AB și se știe că $m(\angle BPC) = m(\angle DPC)$. Punctul Q se află pe segmentul DP , astfel încât $AP = DQ$. Demonstrați că $AD = CQ$.

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. Mult succes!

69-я Республиканская Олимпиада по Математике

Второй день, 1 марта 2026 г., VII класс

7.5. В спортивном соревновании для детей участвовали мальчики и девочки. Всего количество участников было не больше чем 70. Средний вес мальчиков был равен 52 кг, девочек 32 кг, а средний вес всех участников в соревновании был равен 40.5 кг. Сколько мальчиков и девочек участвовали в соревновании?

7.6. Даны положительные действительные числа $x < y$, которые удовлетворяют условию: $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 7$.

(а) Между какими двумя последовательными целыми числами находится число $\frac{y}{x}$?

(б) Найдите числовое значение выражения $\left(\frac{x-y}{x+y}\right)^3$ и выразите его в виде простой числовой дроби.

7.7. Ира и Оля стоят на противоположных краях прямой беговой дорожки. Стартовав одновременно, они должны пробежать дистанцию дорожки туда и обратно без остановок. Девушки впервые встречаются после того, как Ира пробежала 100 метров. Следующая встреча происходит после того, как Оля пробежала 150 метров после первой встречи. Каждая девушка бежит с постоянной скоростью. Определите длину беговой дорожки.

7.8. В четырехугольнике $ABCD$, стороны AB и CD параллельны друг другу. Точка P лежит на отрезке AB , и известно что $m(\angle BPC) = m(\angle DPC)$. Точка Q лежит на отрезке DP , так что $AP = DQ$. Докажите, что $AD = CQ$.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. Желаем успехов!