

69-Я РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Первый день, 28 февраля 2026 г., VIII класс

8.1. Пусть a, b, c — три целых числа. Докажите, что если числа $2a + b$ и $a + 2b$ делятся на $3c$, то число $a^3 - 3ab^2 + 2b^3$ делится на $27c^3$.

8.2. Определите множество действительных чисел x , удовлетворяющих равенству

$$|2x - |3x + 1|| - |3x + |2x - 1|| = 0.$$

8.3. В треугольнике ABC точка M — середина стороны $[BC]$. На стороне $[AC]$ взята произвольная точка E , отличная от A и C . Отрезки $[AM]$ и $[BE]$ пересекаются в точке D . Докажите, что $AE \cdot BD = AC \cdot DE$.

8.4. Положительные действительные числа a, b, c, x, y, z удовлетворяют равенству:

$$ac + 2bc - xz - 2yz = 0. \text{ Докажите, что } \frac{a+2b+3z}{x+2y+3c} + \frac{c}{z} \geq 2.$$

Время работы: 240 минут.

Правильное решение любой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!

69-Я РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Первый день, 28 февраля 2026 г., VIII класс

8.1. Пусть a, b, c — три целых числа. Докажите, что если числа $2a + b$ и $a + 2b$ делятся на $3c$, то число $a^3 - 3ab^2 + 2b^3$ делится на $27c^3$.

8.2. Определите множество действительных чисел x , удовлетворяющих равенству

$$|2x - |3x + 1|| - |3x + |2x - 1|| = 0.$$

8.3. В треугольнике ABC точка M — середина стороны $[BC]$. На стороне $[AC]$ взята произвольная точка E , отличная от A и C . Отрезки $[AM]$ и $[BE]$ пересекаются в точке D . Докажите, что $AE \cdot BD = AC \cdot DE$.

8.4. Положительные действительные числа a, b, c, x, y, z удовлетворяют равенству:

$$ac + 2bc - xz - 2yz = 0. \text{ Докажите, что } \frac{a+2b+3z}{x+2y+3c} + \frac{c}{z} \geq 2.$$

Время работы: 240 минут.

Правильное решение любой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!