69-Я РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
Второй день, 1 марта 2026 г., VIII класс

8.5. Решите в действительных числах неравенство $[x-1]\cdot\{x\}<x-2,$ где $[A]$ — целая часть, а $\{A\}$ — дробная часть действительного числа A.

8.6. Пусть $a, b, c \in R$ такие, что $|ax^2+bx+c| \leq 1$ для любого $x \in [-1;1]$. Покажите, что

$$a^2+b^2+c^2 \leq 5.$$

8.7. В треугольнике ABC со сторонами $[AB]$ и $[AC]$ возьмем точки $C_1 \in [AB]$ и $B_1 \in [AC]$ такие, что $\frac{AC_1}{C_1B}+\frac{AB_1}{B_1C}=1$. Покажите, что отрезки $[BB_1]$ и $[CC_1]$ пересекаются на средней линии $[MN]$ треугольника (M — середина стороны $[AB]$, а N — середина стороны $[AC]$).

8.8. Рассмотрим множество $M=\{y|y=\frac{2x^2+5x+9}{2x+3}, x \in Q_+\}$. Определите множество $M \cap Z$, где Q_+ — множество неотрицательных рациональных чисел, а Z — множество целых чисел.

Время работы: 240 минут.
Правильное решение любой задачи оценивается в 7 баллов. **ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**

69-Я РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
Второй день, 1 марта 2026 г., VIII класс

8.5. Решите в действительных числах неравенство $[x-1]\cdot\{x\}<x-2,$ где $[A]$ — целая часть, а $\{A\}$ — дробная часть действительного числа A.

8.6. Пусть $a, b, c \in R$ такие, что $|ax^2+bx+c| \leq 1$ для любого $x \in [-1;1]$. Покажите, что $a^2+b^2+c^2 \leq 5.$

8.7. В треугольнике ABC со сторонами $[AB]$ и $[AC]$ возьмем точки $C_1 \in [AB]$ и $B_1 \in [AC]$ такие, что $\frac{AC_1}{C_1B}+\frac{AB_1}{B_1C}=1$. Покажите, что отрезки $[BB_1]$ и $[CC_1]$ пересекаются на средней линии $[MN]$ треугольника (M — середина стороны $[AB]$, а N — середина стороны $[AC]$).

8.8. Рассмотрим множество $M=\{y|y=\frac{2x^2+5x+9}{2x+3}, x \in Q_+\}$. Определите множество $M \cap Z$, где Q_+ — множество неотрицательных рациональных чисел, а Z — множество целых чисел.

Время работы: 240 минут.
Правильное решение любой задачи оценивается в 7 баллов. **ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**