

A 69-A OLIMPIADĂ REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ

Ziua a doua, 01 martie 2026, Clasa a IX-a

9.5. Determinați toate funcțiile $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$, care îndeplinește simultan condițiile:

1) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$, $f(x+1) = f(x) + \frac{x}{1013}$, $(\forall)x \in \mathbb{N}$,

2) $f(2026) = 2027$.

9.6. În plan este dat un segment $[AB]$ și o dreaptă d , astfel încât $d \parallel AB$, $AB \neq d$. Se consideră toate triunghiurile posibile ABC , cu vârful $C \in d$. Găsiți locul geometric al centrelor cercurilor circumscrise tuturor acestor triunghiuri ABC .

9.7. Pe tablă este scrisă expresia: $\boxed{*n^8 * n^7 * n^6 * n^5 * n^4 * n^3 * n^2 * n}$. Doi copii, Nicu și Alina, joacă un joc. Ei, pe rând, , aleg un semn asterisc „*” și înlocuiesc (la dorință) cu unul dintre semnele „+” sau „-”. Nicu începe jocul. Dacă expresia finală se divide cu 6 pentru orice număr natural n , atunci câștigătoare este Alina, în caz contrar câștigător este Nicu. Arătați că Alina are o strategie de câștig, care îi asigură victoria, oricum ar juca Nicu.

9.8. Determinați toate perechile de numere naturale nenule (x, y) , pentru care există numere naturale n și m , astfel încât $x^2 + x + 3 = y^n$ și $y^2 + y + 3 = x^m$.

Timp de lucru: 240 de minute.

Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !

A 69-A OLIMPIADĂ REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ

Ziua a doua, 01 martie 2026, Clasa a IX-a

9.5. Determinați toate funcțiile $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$, care îndeplinește simultan condițiile:

1) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$, $f(x+1) = f(x) + \frac{x}{1013}$, $(\forall)x \in \mathbb{N}$,

2) $f(2026) = 2027$.

9.6. În plan este dat un segment $[AB]$ și o dreaptă d , astfel încât $d \parallel AB$, $AB \neq d$. Se consideră toate triunghiurile posibile ABC , cu vârful $C \in d$. Găsiți locul geometric al centrelor cercurilor circumscrise tuturor acestor triunghiuri ABC .

9.7. Pe tablă este scrisă expresia: $\boxed{*n^8 * n^7 * n^6 * n^5 * n^4 * n^3 * n^2 * n}$. Doi copii, Nicu și Alina, joacă un joc. Ei, pe rând, , aleg un semn asterisc „*” și înlocuiesc (la dorință) cu unul dintre semnele „+” sau „-”. Nicu începe jocul. Dacă expresia finală se divide cu 6 pentru orice număr natural n , atunci câștigătoare este Alina, în caz contrar câștigător este Nicu. Arătați că Alina are o strategie de câștig, care îi asigură victoria, oricum ar juca Nicu.

9.8. Determinați toate perechile de numere naturale nenule (x, y) , pentru care există numere naturale n și m , astfel încât $x^2 + x + 3 = y^n$ și $y^2 + y + 3 = x^m$.

Timp de lucru: 240 de minute.

Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !