

# OLIMPIADA LA MATEMATICĂ

Etapa raională/municipală, 7 februarie 2026, clasa a XI-a

**11.1.** Pentru care valori ale parametrului  $a \in \mathbb{R}$  funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + ax^2 + (a + 6)x + 26$ , este o funcție strict monotonă pe  $\mathbb{R}$ ?

**11.2.** Determinați toate valorile parametrului  $a \in \mathbb{R}$ , pentru care funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \begin{cases} a^2x + a^2 + a & \text{pentru } x < 0, \\ 2 & \text{pentru } x = 0, \\ \sin x + 2 \cos x & \text{pentru } x > 0 \end{cases}$$

este derivabilă în  $x = 0$ .

**11.3.** Fie  $x, y$  numere reale astfel încât  $x, y \geq 0$  și  $x + y \leq 1$ . Demonstrați că

$$\sqrt{x^2 + (1 - y)^2} + \sqrt{y^2 + (1 - x)^2} \leq 2.$$

Când are loc egalitatea?

**11.4.** Fie  $M$  un punct din interiorul triunghiului echilateral  $ABC$ , astfel încât  $\angle BMC = 120^\circ$ . Demonstrați că  $MA^2 + 2MB \cdot MC = AB^2$ .

**11.5.** Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația

$$\log_3(2^x + 1) = \log_2(3^x - 1).$$

**Timp de lucru: 240 de minute.**

**Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !**