

Олимпиада по математике

районный/муниципальный тур, 7 февраля 2026 года, VII класс

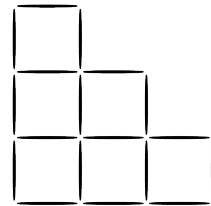
7.1. (а) Найдите все пары положительных действительных чисел (u, v) , такие что

$$\begin{cases} u = 3v \\ 12u - v^2 = 324 \end{cases}$$

(б) Найдите все пары положительных целых чисел (p, q) , такие что

$$\begin{cases} p = 3q \\ (75p)^q = q^p \end{cases}$$

7.2. Ева сделала лестницу из 3 ступеней, используя 18 спичек, как показано на рисунке. Сколько ей нужно спичек, чтобы сделать лестницу из 150 ступеней?



7.3. На праздничном мероприятии фокусник просит одного из участников задумать трёхзначное число \overline{abc} , где a, b, c — ненулевые цифры в десятичной системе исчисления в указанном порядке. Затем фокусник просит этого участника составить числа \overline{bca} и \overline{cab} , и назвать их сумму: $N = \overline{bca} + \overline{cab}$. Если ему сообщат значение N , фокусник может угадать исходное число \overline{abc} . Выступите в роли фокусника и найдите с объяснением значение \overline{abc} , если $N = 1074$.

7.4. Дан квадрат $ABCD$. Внутри квадрата берется точка P таким образом, что треугольник CPD равносторонний. Пусть Q будет точкой пересечения отрезков AC и PD . Докажите, что треугольник APQ является равнобедренным.

7.5. Положительное целое число назовем *интересным*, если оно является произведением ровно двух, необязательно различных, простых чисел. Например, $9 = 3 \cdot 3$ и $10 = 2 \cdot 5$ — это два последовательных интересных числа. Каково может быть наибольшее количество последовательных интересных чисел? Обоснуйте ответ.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение любой задачи оценивается в 7 баллов. Желаем успехов!