

A 69-A OLIMPIADĂ REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ

Prima zi, 28 februarie 2026, Clasa a XII-a

12.1. Calculați:

$$\int_{-4}^4 \sqrt{-x^3 + 7x^2 - 11x + 5} dx.$$

12.2. În piramida triunghiulară regulată $VABC$, cu baza ABC , punctul M aparține muchiei CV , astfel încât triunghiurile ABC și ABM sunt de arii egale cu $12\sqrt{3}$ cm², iar unghiul format de planele ABC și ABM este de 30° . Determinați volumul piramidei $VABC$.

12.3. Fie $\Delta_n = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 7 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 13 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & n^2 + n + 1 \end{vmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că Δ_{2026} este divizibil

prin 4053.

12.4. Fie

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} n \sqrt{\frac{\sin x}{\sin x + n}} dx, \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

Calculați $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.

Timp de lucru: 240 de minute.

Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !

A 68-A OLIMPIADĂ REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ

Prima zi, 28 februarie 2026, Clasa a XII-a

12.1. Calculați:

$$\int_{-4}^4 \sqrt{-x^3 + 7x^2 - 11x + 5} dx.$$

12.2. În piramida triunghiulară regulată $VABC$, cu baza ABC , punctul M aparține muchiei CV , astfel încât triunghiurile ABC și ABM sunt de arii egale cu $12\sqrt{3}$ cm², iar unghiul format de planele ABC și ABM este de 30° . Determinați volumul piramidei $VABC$.

12.3. Fie $\Delta_n = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 7 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 13 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & n^2 + n + 1 \end{vmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că Δ_{2026} este divizibil

prin 4053.

12.4. Fie

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} n \sqrt{\frac{\sin x}{\sin x + n}} dx, \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

Calculați $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.

Timp de lucru: 240 de minute.

Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !