

69-Я РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ**Первый день, 28 февраля 2026 г., XII класс**

12.1. Вычислите:

$$\int_{-4}^4 \sqrt{-x^3 + 7x^2 - 11x + 5} dx.$$

12.2. В правильной треугольной пирамиде $VABC$ с основанием ABC , точка M принадлежит ребру CV так, что треугольники ABC и ABM имеют одинаковую площадь равную $12\sqrt{3}$ см², а мера угла образованного плоскостями ABC а ABM равна 30° . Найдите объём пирамиды $VABC$.

12.3. Пусть $\Delta_n = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 7 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 13 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & n^2 + n + 1 \end{vmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Покажите, что Δ_{2026} делится без остатка на 4053.

12.4. Пусть

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} n \sqrt{\frac{\sin x}{\sin x + n}} dx, \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

Вычислите $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.**Время работы: 240 минут.****Правильное решение любой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!****68-Я РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ****Первый день, 28 февраля 2026 г., XII класс**

12.1. Вычислите:

$$\int_{-4}^4 \sqrt{-x^3 + 7x^2 - 11x + 5} dx.$$

12.2. В правильной треугольной пирамиде $VABC$ с основанием ABC , точка M принадлежит ребру CV так, что треугольники ABC и ABM имеют одинаковую площадь равную $12\sqrt{3}$ см², а мера угла образованного плоскостями ABC а ABM равна 30° . Найдите объём пирамиды $VABC$.

12.3. Пусть $\Delta_n = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 7 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 13 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & n^2 + n + 1 \end{vmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Покажите, что Δ_{2026} делится без остатка на 4053.

12.4. Пусть

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} n \sqrt{\frac{\sin x}{\sin x + n}} dx, \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

Вычислите $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.**Время работы: 240 минут.****Правильное решение любой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**