

**РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ**  
**Второй день, 1 марта 2026 г., XII класс**

**12.5.** Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 1 см, в котором точка  $M$  есть середина ребра  $DD_1$ . Найдите меру угла, образованного прямыми  $BM$  и  $A_1C$ .

**12.6.** Покажите, что для любого комплексного числа  $z$  с модулем 1 справедливо неравенство  $\sqrt{2}|1-z| + \frac{1}{4}|1-z^4| \geq |1-z^2|$ . Найдите все значения  $z$ , при которых имеет место равенство.

**12.7.** Найдите все непрерывные функции  $f: (0; 1) \rightarrow \mathbb{R}$  при которых

$$f(x)F(1-x) = \ln(x-x^2),$$

где  $F: (0; 1) \rightarrow \mathbb{R}$  есть первообразная функции  $f$  так, что  $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ .

**12.8.** Пусть  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n dx}{1+x+x^2+\dots+x^{n-1}}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ . Покажите, что последовательность  $(S_n)_{n \geq 1}$ , где  $S_n = I_1 + I_2 + \dots + I_n$ , сходится.

**Время работы: 240 минут.**

**Правильное решение любой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**

**РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ**  
**Второй день, 1 марта 2026 г., XII класс**

**12.5.** Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 1 см, в котором точка  $M$  есть середина ребра  $DD_1$ . Найдите меру угла, образованного прямыми  $BM$  и  $A_1C$ .

**12.6.** Покажите, что для любого комплексного числа  $z$  с модулем 1 справедливо неравенство  $\sqrt{2}|1-z| + \frac{1}{4}|1-z^4| \geq |1-z^2|$ . Найдите все значения  $z$ , при которых имеет место равенство.

**12.7.** Найдите все непрерывные функции  $f: (0; 1) \rightarrow \mathbb{R}$  при которых

$$f(x)F(1-x) = \ln(x-x^2),$$

где  $F: (0; 1) \rightarrow \mathbb{R}$  есть первообразная функции  $f$  так, что  $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ .

**12.8.** Пусть  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n dx}{1+x+x^2+\dots+x^{n-1}}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ . Покажите, что последовательность  $(S_n)_{n \geq 1}$ , где  $S_n = I_1 + I_2 + \dots + I_n$ , сходится.

**Время работы: 240 минут.**

**Правильное решение любой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**